**Didaktischer Kommentar**

Vor der Durchführung dieser Einheit ist es sinnvoll, zunächst die Mkid-Stunde *Winkeljagd* zu behandeln.

LWM-Aufgaben, also Aufgaben des Landeswettbewerbs Mathematik in Baden-Württemberg, eignen sich besonders gut für Mkid, weil sie als schwierig gelten und bei einer erfolgreichen Lösung das Selbstbewusstsein der Schülerinnen und Schüler (SuS) stärken.   
Exemplarisch kann dies an den Aufgaben aus dem Jahr 2007 (LWM 2007) und 2013 (LWM 2013 als mögliche Zusatzaufgabe) nachvollzogen werden. Besonders wichtig ist es, dass der hohe Schwierigkeitsgrad dieser Aufgabe im Einstieg betont wird, und natürlich, dass die Aufgabe möglichst selbstständig gelöst werden sollte.

Diese Aufgabe hat einen engen Bezug zum Unterrichtsstoff. Deshalb muss unbedingt vorher geprüft werden, ob die Themen Basiswinkelsatz und Winkelsumme im Dreieck behandelt sind.

Die Strategie *Rückwärtsrechnen* kann in vielen Kontexten verwendet werden. Diese Strategie soll den SuS generell mehr Flexibilität bei der Lösung von Aufgaben vermitteln.

Die Vorgehensweise hängt sehr stark von der Gruppe der SuS ab. Auf jeden Fall sollten zu Beginn die im Unterricht behandelten Sätze gesammelt werden. Es können auch Sätze dabei sein, die bei dieser Aufgabe nicht benötigt werden. Geschieht diese Sammlung im Plenum, dann sollte man die Sätze stichwortartig als Wenn-dann-Sätze an der Tafel notieren und an einem Beispiel veranschaulichen.   
Man kann z.B. zuerst die SuS zu zweit die gelernten Sätze zusammentragen lassen und dann an der Tafel festhalten oder aber auch sofort im Plenum starten.

In der nächsten Phase sollen die SuS in der Aufgabe LWM 2007 von auf schließen. Bei Problemen kann man die Lösungsschritte in Etappen einteilen. Man kann auch Hilfekärtchen zur Verfügung stellen, auf denen jeweils ein Teildreieck aufgezeichnet ist, in dem die Winkel berechnet werden sollen. Hilfreich ist es, zuerst nach gleichschenkligen Dreiecken suchen zu lassen.

Didaktisch schwierig ist dann, in einer Umkehrung von auf zu schließen. Hier müssen die SuS mit Formeln und Variablen umgehen. Das fällt ihnen auf dieser Stufe i.a. schwer. Man kann dies unterstützen, indem man die Winkel mit Werten belegt und dann fragt, wie daraus der gesuchte Wert berechnet wurde. Jedenfalls ist individuelle Unterstützung gefragt. Die SuS sollten unbedingt ihre Erkenntnisse sauber aufschreiben, damit sie nicht den Überblick verlieren. Als Arbeitsform bietet sich Einzelarbeit oder Partnerinnen- bzw. Partnerarbeit an.

Die Aufgabe LWM 2013 ist als Puffer gedacht, wenn tatsächlich SuS früher fertig sein sollten oder große Lust verspüren, zu Hause eine weitere Aufgabe zu lösen. Die Schwierigkeit dieser Aufgabe liegt darin, dass man vordergründig gar keinen konkreten Winkel ausrechnen muss. Für die SuS ist der Gedanke besonders schwierig, dass man E mit D und F verbindet und dann zeigt, dass der Winkel ein gestreckter ist. Solche „Tricks“ kommen in der Schule für gewöhnlich nicht vor. Deshalb sollte die Lehrkraft die Idee zum Einstieg vermitteln. *Rückwärtsrechnen* ist keine besonders wichtige Strategie bei dieser Aufgabe. Sie kann aber helfen, die Idee des gestreckten Winkels selbst zu entdecken.

# Eine Aufgabe aus dem Landeswettbewerb Mathematik (LWM)

Wettbewerbsaufgaben sind schwierig!

**Im Jahr 2007 wurde folgende Aufgabe gestellt:**



Wie groß sind die Winkel und , wenn ist?

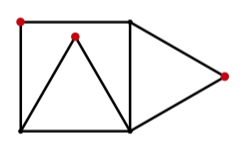
Wie löst man solche Aufgaben?

1. Schreibe die Sätze aus der Geometrie auf, die du kennst. Vermutlich sind Sätze über Winkel besonders hilfreich. Überlege bei jedem Satz, was die Voraussetzungen sind und was daraus folgt. Am besten schreibst du die Sätze so auf: „Wenn ..., dann ...“.

2. Nun kannst du nach Informationen in der Figur suchen, die die Anwendung dieser Sätze ermöglichen. Sicher können die Kreisbögen eine wichtige Information darstellen. Außerdem solltest du Winkel einzeichnen, über die du Aussagen machen kannst.

3. Was machst du aber, wenn du nicht weiterkommst? Eine hilfreiche Strategie ist das *Rückwärtsarbeiten*: Stell dir vor, du würdest kennen, z.B. . Kannst du dann und ausrechnen? Kommst du so vielleicht zum Winkel ? Wenn du mit dieser Methode erfolgreich warst, dann musst du die Richtung deiner Rechnung nur noch umdrehen. Allerdings kann es sein, dass du nicht in jedem Schritt sofort alles ausrechnen kannst. Dann helfen Variablen!

**Zusatzaufgabe aus dem LWM 2013:**



Die nebenstehende Figur besteht aus einem Quadrat und zwei gleichseitigen Dreiecken.

Liegen die drei fett markierten Punkte auf einer Geraden?

**Lösungsblatt**

Strategie Rückwärtsarbeiten. Beispielsweise sei .

Da AC = BC, ist (Basiswinkelsatz).

Die Winkelsumme im Dreieck EFB ergibt:

Da EB = EF , ist (Basiswinkelsatz).

Die Winkelsumme im Dreieck ABC ergibt:

.

Nun kennen wir zwei Winkel im Dreieck CED: Nebenwinkel von ist 80° und Scheitelwinkel von ist 70°.

Winkelsumme im Dreieck CED:

Durch diese Rechnung hat man alle notwendigen Sätze für eine Vorwärtsstrategie gefunden.

Es gilt (Basiswinkelsatz), (Winkelsumme). Damit erhält man einen Winkel im Dreieck CED: Nebenwinkel von ist . Der andere Winkel ist gleich groß wie . Es gilt (Basiswinkelsatz) und (Winkelsumme).

Nun betrachtet man die Winkelsumme im Dreieck CED: und ergibt

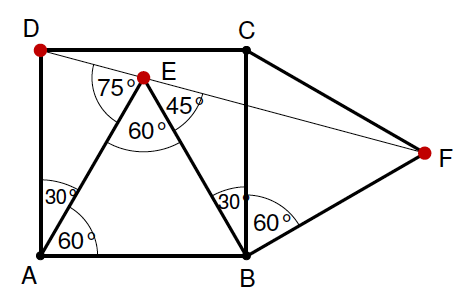
; .

Damit erhält man .

**Lösung der Zusatzaufgabe vom LWM 2013**

Auch hier kann man zuerst rückwärts rechnen, indem man annimmt, die drei Punkte lägen auf einer Geraden, und dann die Winkel berechnet. Es ist dann zwar so, dass man nur keine Widersprüche entdeckt, aber man findet dabei die Sätze, die man bei der Vorwärtsrechnung anwenden muss. Das Ziel beim Rückwärtsrechnen ist, möglichst viele Winkel zu berechnen. Die Vorwärtsrechnung geht dann so:

Man nimmt nun nicht an, dass die drei Punkte auf einer Geraden liegen, und verbindet D mit E und F mit E. Wenn man nun die Winkel berechnet und der Winkel zwischen DE und EF 180° ist, dann liegen die Punkte auf einer Geraden.

Die 60°-Winkel ergeben sich, weil die Dreiecke ABE und CBF gleichseitig sind. Die 30°-Winkel erhält man dann als Ergänzung zu den 90°-Winkeln des Quadrats ABCD.

Nun wendet man den Basiswinkelsatz in den gleichschenkligen Dreiecken DEA und EFB an und erhält damit den 75°- und den 45°-Winkel. Da die Summe 75° + 60° + 45° = 180° ergibt, liegen die Punkte D, E und F auf einer Geraden.

**Verlaufsplan**

SuS … Schülerinnen und Schüler L … Lehrerin bzw. Lehrer

EA … Einzelarbeit PA … Partnerinnen- bzw. Partnerarbeit FEU … fragendentwickelnder Unterricht

Die Zeitangaben dienen nur zur groben Orientierung!

Je nach zur Verfügung stehender Zeit bzw. Unterrichtsverlauf die 5. Phase kurzhalten oder weglassen.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Phase / Zeit | L / SuS | **Medien** |
|  |  |  |
| 1. Einstieg  FEU  5 Min. | L berichtet über den Landeswettbewerb Mathematik, er sei etwas für Mathe-Genies. Ermutigung der SuS, sie können das auch schaffen. Ziel: Nächstes Schuljahr selbst daran teilnehmen! Die Aufgabe LWM 2007 wird vorgestellt. | Folie oder Arbeitsblatt |
| 2. Erarbeitung I  Wechsel zwischen EA / PA und FEU  15 Min. | Sammlung der in der Geometrie gelernten Sätze,  L fragt z.B. nach gleichschenkligem Dreieck.  SuS formulieren den Satz auf Papier,  L schreibt den Satz an die Tafel und wendet ihn mit den SuS an einem Beispiel an. | Tafel |
| **3. Erarbeitung II**  EA / PA | Schluss von auf | Arbeitsblatt / Heft |
| **4. Ergebnis­sicherung**  FEU  10 Min. | Zusammenfassung der durchgeführten Rechnung | Tafel / Heft |
| **5. Erarbeitung III**  EA / PA  15 Min. | Schluss von auf | Arbeitsblatt / Heft |
| **6. Ergebnis­sicherung**  FEU  10 Min. | Zusammenfassung der durchgeführten Rechnung | Tafel / Heft |
| **7. Vertiefung**  (optional)  EA / PA  20 Min | Zusatzaufgabe LWM 2013 | Arbeitsblatt / Heft |