**Infoblatt**

**Voraussetzung und Ziele:**

Die *Zaubertricks 2* bauen auf den *Zaubertricks 1* auf und verfolgen dieselben Ziele.

Es geht nach wie vor konkret um Termumformungen und metakognitiv um das Erleben der Stärke des Variablenkonzeptes. Das Kalkül der Äquivalenzumformungen zum Lösen von Gleichungen wird nicht benötigt.

**Zahlen-Zaubertrick „linke Hand – rechte Hand*“*:**

*Du hast 11 Streichhölzer (Münzen, Papierschnipsel o.ä.).*

*Nimm einige davon in die linke Hand, den Rest in die rechte Hand.*

*Verdopple die Anzahl der Hölzer in der linken Hand und zähle die Anzahl der Hölzer in der rechten Hand dazu.*

*Sage mir die Summe und ich sage dir, wie viele Hölzer du in der linken Hand hast.*Antwort, z.B.: *14.* Feststellung der Zahlenzauberin: *Du hast 3 Hölzer in der linken Hand.*

**Dramaturgie bei der Vorführung:**

Wenn man diesen Zaubertrick zunächst mit nur einer Schülerin oder einem Schüler durchführt, kann man als Zauberin zur – hier ausnahmsweise gewollten – Verwirrung der Zuhörerinnen und Zuhörer auf irgendeine spontan erfundene Weise aus der 14 die 3 „kreativ herleiten“.

Beispielsweise so:  *14 enthält die Ziffern 1 und 4. Es gilt 4 – 1 = 3*  ☺. Diese „kreative Herleitung“ funktioniert bei den Summen bis 19. Bei der Summe 20 vielleicht so: *2 ist die 10er-Ziffer: 10 – 2 = 8* 😊.

Führt man den Trick anschließend mehrfach durch, so wird an den notierten Beispielen wohl klar, dass man die Anzahl der Hölzer in der linken Hand erhält, indem man die Zahl 11 von der genannten Summe subtrahiert. Anders gesagt: Die Anzahl der Hölzer in der linken Hand ist der Unterschied zwischen dieser Summe und der Zahl 11.

**Auflösung:**

Bezeichnet man die Hölzer in der linken Hand mit x, die in der rechten Hand dann (!) mit 11 – x, so erhält man die Summe 2 · x + (11 – x) und durch Vereinfachen x + 11.

Die Anzahl der Hölzer in der linken Hand ist also um 11 kleiner als die Summe.

Man erkennt das auch ohne Variable: Man hat in beiden Händen immer 11 Hölzchen, die Anzahl der Hölzchen in der linken Hand zählt man zu diesen 11 noch einmal hinzu.

**Zahlen-Zaubertrick „magische Summe 4-5-6*“*:**

*Denke dir eine natürliche Zahl. Bilde dann die Summe dieser und der beiden nachfolgenden Zahlen. Dividiere die Summe durch 3. Sage mir das Ergebnis und ich sage dir die gedachte Zahl.*

Antwort, z.B.: *11.* Feststellung der Zahlenzauberin: *Du hast dir die Zahl 10 gedacht.*

**Dramaturgie bei der Vorführung:**

Wenn man diesen Zaubertrick zunächst mit nur einer Schülerin oder einem Schüler durchführt, kann man die gedachte Zahl auf einen Zettel schreiben und im Schrank einschließen lassen. Ein bisschen Show muss sein beim Zaubern ☺. Führt man den Trick anschließend mehrfach durch, dann wird wohl klar, dass die gedachte Zahl immer um 1 größer ist als das Ergebnis.

**Tipps:** Die gedachte Zahl sollte nicht zu groß (also zum Beispiel einstellig) sein, so dass sich Rechnungen leicht bewerkstelligen lassen. Wenn die Schülerin oder der Schüler sich verrechnet, verpufft der Effekt des Zaubertricks.

**Auflösung:**

Bezeichnet man die gedachte Zahl mit x und führt die Anweisungen durch,   
so erhält man den Term (x + (x+1) + (x+2)) : 3 = (3 · x + 3) : 3 = x + 1.   
Die gedachte Zahl ist also um 1 kleiner als das Ergebnis.

**Variationen:**

Man kann die Anzahl der verwendeten Summanden variieren, aber wenn die Division „aufgehen“ soll, muss die Summe der n aufeinander folgenden Zahlen ungerade sein.

Beweis mit Hilfe der Summenformel für die ersten n natürlichen Zahlen

0 + 1 + 2+ … + (n – 1) = 0,5 · (n – 1) · n:

(x + 0) + (x + 1) + … + (x + (n–2)) + (x + (n–1)) = n · x + 0,5 · (n–1) · n = n ∙ (x + 0,5 ∙ (n–1)).

Man kann auch die jeweils übernächsten Zahlen addieren lassen, dann ist die Summe aus diesen n Summanden immer durch n teilbar. Beweis:   
(x + 2·0) + (x + 2·1) + (x + 2·2) + … + (x + 2·(n – 2)) + (x + 2·(n – 1)) = n · x + 2·0,5 · (n – 1) · n = n ∙ (x + n – 1)

Die Aufgaben 1 und 2 des Arbeitsblattes 2 lassen sich auch mithilfe einer Zahlenstrahl-Skizze lösen.   
Man verwendet dabei – ggf. intuitiv wie bei den hier vorliegenden symmetrischen Verteilungen – die Ausgleichseigenschaft des Mittelwertes („Summe der Abweichungen nach links = Summe der Abweichungen nach rechts“).  
Hier zwei erläuternde Zahlenstrahl-Skizzen zu Aufgabe 2 und den Startzahlen 1 und 10.   
Der Abstand zwischen Startzahl x und dem Ergebnis (= Mittelwert der aufsummierten Zahlen!) ist immer derselbe und hängt nicht von x ab.

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

Man kann auch die jeweils k-nächsten Zahlen addieren lassen, dann ist der Summe aus diesen n Summanden genau dann durch n teilbar, wenn k · (n – 1) gerade ist.

Beweis: (x + k·0) + (x + k·1) + (x + k·2) + … + (x + k·(n – 2)) + (x + k·(n – 1)) = n · x + k · 0,5 · (n – 1) · n

Auch derlei Aufgaben lassen sich mit einer Skizze am Zahlenstrahl lösen.

**Ideen aus:** Isabelle Hetzler, Mathematische Zaubertricks für die Klassen 5 bis 10. Klett Stuttgart 2002; Inhalt: interessante mathematische Zaubertricks, Arbeitsblätter und Hinweise zur Zauberatmosphäre

**1.) *Du hast 13 Streichhölzer (Münzen, Papierschnipsel oder ähnliches).*

*Nimm einige davon in die linke, den Rest in die rechte Hand.*

*Multipliziere die Anzahl der Hölzer in der linken Hand mit 3 und addiere die Anzahl der Hölzer in der rechten Hand dazu.   
Sage mir die Summe und ich sage dir, wie viele Hölzer du in der linken Hand hast.*

a) Wie groß muss diese Summe mindestens sein? …………………….

b) Wie groß kann diese Summe höchstens sein? ……………………..

c) Die Anzahl der Hölzer in der linken Hand sei x. Schreibe einen Term für die Summe auf und vereinfache ihn.

………………………………………………………………………….………………………………………………………………………………….

d) Wenn die Summe 23 ist, dann ist x = ……… . Wenn die Summe 35 ist, dann ist x = ……… .

e) Schreibe in Worten auf, wie man mit der genannten Summe die Anzahl x berechnen kann.

……………………………………………………………….………….………………………………………………………………………………….

……………………………………………………………….………….………………………………………………………………………………….

2.) *Du hast 10 Streichhölzer (Münzen, Papierschnipsel oder ähnliches).*

*Nimm einige davon in die linke, den Rest in die rechte Hand.*

*Multipliziere die Anzahl der Hölzer in der linken Hand mit 5, die in der rechten Hand mit 3.*

*Sage mir die Summe dieser beiden Werte und ich sage dir, wie viele Hölzer du in der linken Hand hast.*

a) Wie groß muss diese Summe mindestens sein? …………………….

b) Wie groß kann diese Summe höchstens sein? ……………………..

c) Die Anzahl der Hölzer in der linken Hand sei x. Schreibe einen Term für die Summe auf und vereinfache ihn.

………………………………………………………………………….………………………………………………………………………………….

d) Wenn die Summe 38 ist, dann ist x = ……… . Wenn die Summe 46 ist, dann ist x = ……… .

e) Schreibe in Worten auf, wie man mit der genannten Summe die Anzahl x berechnen kann.

…………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………….………….…………………………………………………………………………………….

(Bild oben: https://pixabay.com/de/vectors/hase-h%C3%A4schen-magier-zauberer-hexe-2040912/ zur Wiederverwendung freigegeben)

1.) *Denke dir eine Zahl. Bilde dann die Summe dieser und der 4 nachfolgenden Zahlen.*

*Dividiere die Summe durch 5.*

*Sage mir das Ergebnis und ich sage dir die gedachte Zahl.*

a) Denke dir die Zahl 2. Das Ergebnis heißt ..…. .

Denke dir die Zahl 9. Das Ergebnis heißt ….. .

b) Die gedachte Zahl sei x. Schreibe einen Term für das Ergebnis auf und vereinfache ihn.

………………………………………………………………………….………………………………………………………………………………….

c) Schreibe in Worten auf, wie man mit dem Ergebnis die gedachte Zahl x ausrechnen kann.

………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………

d) Kannst du den Zaubertrick auch mithilfe einer Skizze am Zahlenstrahl lösen? Skizziere für die Startzahlen 2 und 9 und beachte dabei, dass das Ergebnis der Mittelwert der 5 addierten Zahlen ist.



2.) *Denke dir eine Zahl. Bilde dann die Summe dieser und der 3 jeweils übernächsten Zahlen.*

*Dividiere die Summe durch 4.*

*Sage mir das Ergebnis und ich sage dir die gedachte Zahl.*

a) Denke dir die Zahl 1. Das Ergebnis heißt ……. .

Denke dir die Zahl 8. Das Ergebnis heißt …….. .

b) Die gedachte Zahl sei x. Schreibe einen Term für das Ergebnis auf und vereinfache ihn.

………………………………………………………………………….………………………………………………………………………………….

c) Schreibe in Worten auf, wie man mit dem Ergebnis die gedachte Zahl x ausrechnen kann.

………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………

d) Kannst du den Zaubertrick auch mithilfe einer Skizze am Zahlenstrahl lösen? Skizziere für die Startzahlen 1 und 8 und beachte dabei, dass das Ergebnis der Mittelwert der 4 addierten Zahlen ist.



(Bild oben: https://pixabay.com/de/vectors/hase-h%C3%A4schen-magier-zauberer-hexe-2040912/ zur Wiederverwendung freigegeben)

**Verlaufsplan**

SuS … Schülerinnen und Schüler L … Lehrerin bzw. Lehrer

EA … Einzelarbeit PA … Partnerinnen- bzw. Partnerarbeit FEU … fragendentwickelnder Unterricht

Die Zeitangaben dienen nur zur groben Orientierung!

Je nach zur Verfügung stehender Zeit wird man die Übungsphasen kurzhalten, die Unternehmung vielleicht auch in zwei Einzelstunden aufteilen. Die Küraufgabe ist als Puffer einsetzbar.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Phase / Zeit** | **L / SuS** | **Medien** |
| **1. Erarbeitung I**  FEU 15 Min. | L führt den **Zahlen-Zaubertrick  „linke Hand – rechte Hand“** vor (vgl. Infoblatt).  L fordert SuS auf, die Rechenanweisung mit verschiedenen Anzahlen der Hölzer in der linken Hand (Farbe!) zu notieren, z.B.:  🡪 8 · 2 + (11 – 8) = 16 + 3 = 19  🡪 1 · 2 + (11 – 1) = 2 + 10 = 12 usw.  L: *Vermutung?* SuS: *Hölzer in der linken Hand = Summe – 11*  L: *Beweis?*  SuS nennen das Variablenkonzept:  🡪 x … Anzahl der Hölzer in der linken Hand  🡪 11-x … Anzahl der Hölzer in der rechten Hand  🡪 Summe = x · 2 + (11 – x) = 2 ∙ x + 11 – x = x + 11.  🡪 **Auflösung** des Tricks:  **Anzahl der Hölzer in der linken Hand = Summe – 11**  (Eventuell: Begründung ohne Variablen, vgl. Infoblatt) | Tafel  Heft |
| **2. Übung I**  EA / PA 15 Min. | SuS bearbeiten die Aufgaben des Arbeitsblattes 1.  L lobt und beobachtet, aber berät zurückhaltend. | Arbeitsblatt 1 |
| **3. Erarbeitung II**  FEU 15 Min. | L führt den **Zahlen-Zaubertrick  „magische Summe 4-5-6“** vor (vgl. Infoblatt).  Notation mit einigen gedachten Zahlen (Farbe!), z.B. so:  🡪 (15 + (15+1) + (15+2)) : 3 = (15 + 16 + 17) : 3 = 48 : 3 = 16  🡪 (7 + (7+1) + (7+2)) : 3 = (7 + 8 + 9) = 24 : 3 = 8 usw.  L: *Vermutung?* SuS: *gedachte Zahl = Ergebnis – 1*  L: *Beweis?*  🡪 x sei die gedachte Zahl  🡪 (x + (x+1) + (x+2)) : 3 = (3 · x + 3) : 3 = x + 1  🡪 **Auflösung** des Tricks: **gedachte Zahl = Ergebnis – 1** | Tafel  Heft |
| **4. Übung II**  EA / PA 15 Min. | SuS bearbeiten die Aufgaben des Arbeitsblattes 2.  Für Notizen und Ausrechnungen benutzen die SuS die Rückseite des Arbeitsblattes.  L lobt und beobachtet, aber berät zurückhaltend. | Arbeitsblatt 2 |
| **5. Kür-Übung**  FEU ggf. EA / PA | Zusatz-„Kür“: SuS erfinden selbst Variationen der Aufgabe 2 und formulieren den zugehörigen Zahlen-Zaubertrick. Bemerkungen hierzu vgl. Infoblatt, auch zur Lösung mithilfe einer Skizze am Zahlenstrahl. |  |