**Infoblatt**

**Die Kringeladdition:**

Das Vorgehen bei der Addition zweier Bruchzahlen ist bekannt. Man erweitert die beiden gegebenen Brüche auf einen gemeinsamen Nenner und addiert dann die Zähler.

So ist zum Beispiel .

Ein „beliebter“ Fehler bei der Addition von Bruchzahlen ist (in Anlehnung an die Multiplikation), jeweils Zähler und Nenner zu addieren.

Man könnte diese Vorgehensweise aber als eine neue Verknüpfung von zwei Brüchen auffassen und nennen sie im Folgenden die *Kringel-Addition* (entsprechend sprechen wir vom *kringel-addieren* bzw. von der *Kringel-Summe*) und schreiben nicht „+“, sondern „ “.

So ist zum Beispiel .

**Lösungen der Aufgaben des Arbeitsblattes:**

Zu 1.) Ja, das ist immer so. Schülerinnen und Schüler (SuS) können ggf. ohne Variable beispielgebunden argumentieren: 

Oder die SuS versprachlichen die Begründung:

Nach der Kringel-Addition sind Zähler und Nenner des Ergebnisses jeweils doppelt so groß.

Wenn man mit 2 kürzt, erhält man den Ausgangsbruch.

Zu 2.) Ja, das ist immer so. SuS können ggf. ohne Variable beispielgebunden argumentieren: 

Oder die SuS versprachlichen die Begründung:

Nach der Kringel-Addition sind Zähler und Nenner des Ergebnisses gleich, nämlich jeweils die Summe aus Zähler und Nenner des Ausgangsbruchs.

Zu 3.) Die Kringel-Summe ergibt genau dann 1, wenn die Summe der beiden Zähler und die Summe der beiden Nenner gleich sind. Das ist nicht nur für einen Bruch und seinen Kehrbruch der Fall.

Beispiel: 

Zu 4.) Ja, das ist immer so. SuS können ggf. ohne Variable beispielgebunden argumentieren:  oder

 und  sowie 

Oder die SuS versprachlichen die Begründung:

Nach der Kringel-Addition ist der Nenner doppelt so groß wie vorher.

Kürzt man mit 2, erhält man den Mittelwert der beiden Zähler und den ursprünglichen Nenner.

**Didaktischer Kommentar:**

Die Lehrkraft wird die Kringeladdition anhand einiger Beispiele vorstellen und mit den SuS die Aufgabe 1.) des Arbeitsblattes exemplarisch gemeinsam lösen.

Anschließend lösen die SuS die Aufgaben 2.) bis 4.) selbständig.

Abschließend werden die Lösungen besprochen. Der Zeitbedarf beträgt etwa 45 Minuten.

Für die Aufgaben 1.) bis 4.) gilt das bekannte Differenzierungsmuster, hier in leichter Abwandlung:

- finde mehrere weitere Beispiele

- erkenne die Gesetzmäßigkeit

- begründe die Gesetzmäßigkeit

**Weitere Bemerkungen:**

Die übliche Addition von Brüchen entspricht der Grundvorstellung des Hinzufügens und ist vom jeweils gewählten Vertreter der Bruchzahl unabhängig.

Es ist also zum Beispiel  und .

Man erhält bei der Verwendung von und dasselbe Ergebnis.

Die Kringel-Addition dagegen ist vom gewählten Vertreter abhängig.

Es ist zum Beispiel  und .

Man erhält bei der Verwendung von und  nicht dasselbe Ergebnis.

Diese Abhängigkeit ist sehr unschön.

Immerhin gilt der folgende **Satz**:

Das Ergebnis der Kringel-Addition liegt immer zwischen den beiden Brüchen.

Beweis: Es sei ohne Beschränkung der Allgemeinheit und damit  bzw. , dabei seien

a, b, c und d natürliche Zahlen, und es sei b > 0 und d > 0.

, es gilt 

, es gilt .

Zur Aufgabe 4.) des Arbeitsblattes lässt sich noch sagen, dass das Ergebnis der Kringel-Addition nur dann der Mittelwert der Brüche ist, wenn diese gleichnamig sind oder die Brüche dieselbe Bruchzahl bezeichnen.

Beweis (Belegungen von a, b, c und d wie oben):





b = d oder .

1.) Es ist .

Ist es immer so, dass die Kringel-Summe von zwei gleichen Brüchen wieder diesen Bruch ergibt?

Rechne zunächst zwei weitere selbst gewählte Beispiele durch. Kannst du deine Antwort begründen?

Beispiele: ………………………………………………………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………………………………………. Antwort: ………

Begründung: ……………………………………………………………………………………………………………………………………………

……………..………………………………………………………………………………………………………………………………………………

2.) Es .

Ist es immer so, dass die Kringel-Summe eines Bruchs und seines Kehrbruchs die Zahl 1 ergibt?

Rechne zunächst zwei weitere selbst gewählte Beispiele durch. Kannst du deine Antwort begründen?

Beispiele: ………………………………………………………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………………………………………. Antwort: ………

Begründung: ……………………………………………………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………………………………………………………………….

3.) Gibt es noch andere Brüche außer Bruch und Kehrbruch, deren Kringel-Summe die Zahl 1 ergibt?

Ein Beispiel oder eine Begründung, dass es keine anderen gibt:

……………..………………………………………………………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………………………………………. Antwort: ………

4.) Es ist . Das Ergebnis ist genau der Mittelwert von und .

Ist es immer so, dass die Kringel-Summe von zwei gleichnamigen Brüchen den Mittelwert der beiden Brüche ergibt?

Rechne zunächst zwei weitere selbst gewählte Beispiele durch. Kannst du deine Antwort begründen?

Beispiele: ………………………………………………………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………………………………………. Antwort: ………

Begründung: ……………………………………………………………………………………………………………………………………………

……………..………………………………………………………………………………………………………………………………………………