**Infoblatt**

**Sachanalyse:**

**Satz:** Die Anzahl der Möglichkeiten, aus n Objekten 2 Objekte auszuwählen ist 

**Beweis:**

Man denke sich die beiden Objekte zunächst der Reihe nach ausgewählt.

Für das 1. Objekt gibt es n Möglichkeiten, zu jeder dieser n Möglichkeiten gibt es

für das 2. Objekt dann noch n – 1 Möglichkeiten. Es gibt insgesamt also n · (n – 1) Paare.

Jeweils zwei Paare davon unterscheiden sich bezüglich der beiden ausgewählten Objekte nicht, sondern nur durch deren Reihenfolge.   
Ist die Reihenfolge unerheblich, ergibt sich die gesuchte Anzahl der Möglichkeiten – mathematisch gesehen sind das dann keine 2er-Tupel (= Paare) mehr, sondern 2er-Mengen – durch Halbieren. ▪

**Relevanz:**

Die Grundzüge der Kombinatorik gehören unseres Erachtens zur Allgemeinbildung.

**Didaktische Reduktion:**

Für diese Basisversion wird eine allgemeine Formel für die Auswahl von k aus n Objekten nicht angestrebt, sondern nur der Fall k = 2 thematisiert.

An zwei Musterbeispielen (s.u.) wird nur der grundsätzliche Gedankengang mit den zwei Schritten vorgestellt. An die Installation der Formel ist nicht unbedingt gedacht, zumindest sollte diese nicht im Vordergrund stehen. Bei der Lösung der Aufgaben auf dem Arbeitsblatt soll dementsprechend der vorgestellte zweischrittige Gedankengang gepflegt werden (Produkt- vs. Prozessorientierung).

Achtung: Hier wir der Begriff *Paar* in seiner umgangssprachlichen Bedeutung („ungeordnet“) verwendet.

**Musterbeispiele:**

1.) Von 4 Personen A, B, C und D sollen 2 ausgewählt werden.

Wie viele unterschiedliche Paare sind möglich?

1. Schritt: **Anzahl der 2er-Reihen**

AB AC AD BA BC BD CA CB CD DA DB DC

1. Person: 4 Möglichkeiten, 2. Person: jeweils noch 3 Möglichkeiten 🡪 Anzahl der 2er-Reihen: 4 · 3 = **12**

2. Schritt: **Anzahl der Paare**

Je zwei 2er-Reihen ergeben dasselbe Paar. 🡪 Anzahl der Paare: (4 · 3) : 2 = **6**   
Probe:

AB AC AD BC BD CD Zählen ergibt: Es sind tatsächlich 6.

2.) Von 5 Personen A, B, C, D und E sollen 2 ausgewählt werden.

Wie viele unterschiedliche Paare sind möglich?

1. Schritt: **Anzahl der 2er-Reihen**

AB AC AD AE BA BC BD BE CA CB CD CE DA DB DC DE EA EB EC ED

1. Person: 5 Möglichkeiten, 2. Person: jeweils noch 4 Möglichkeiten 🡪 Anzahl der 2er-Reihen: 5 · 4 = **20**

2. Schritt: **Anzahl der Paare**

Je zwei 2er-Reihen ergeben dasselbe Paar. 🡪 Anzahl der Paare: (5 · 4) : 2 = **10**

Probe:

AB AC AD AE BC BD BE CD CE DE Zählen ergibt: Es sind tatsächlich 10.

1.) Von 6 Personen A, B, C, D, E und F sollen 2 ausgewählt werden.

Wie viele unterschiedliche Paare sind möglich?

1. Schritt: Berechne zuerst die Anzahl der 2er-Reihen.

………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………….

Mache nun die Probe, indem du alle möglichen 2er-Reihen aufschreibst und diese dann zählst.

………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………….

………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………….

2. Schritt: Berechne jetzt die Anzahl der Paare.

………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………….

Mache nun die Probe, indem du alle möglichen Paare aufschreibst und diese dann zählst.

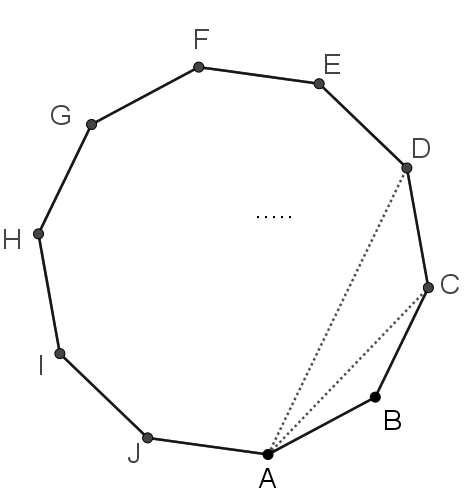
………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………….

2.) Bei einem Hallenfußball-Turnier mit Tabellenwertung sollen alle 8 Mannschaften gegeneinander spielen, jede einmal gegen jede andere. Wie viele Spiele sind das insgesamt?

………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………….

3.) Bei einer Hochzeit stoßen 100 Gäste mit ihren Gläsern an, jeder mit jedem. Wie oft ertönt ein Klang?

………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………….

4.) Wie viele Diagonalen hat ein 10-Eck?

Zum Beispiel sind AC oder AD Diagonalen, AB ist keine Diagonale.

………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………….

**Verlaufsplan**

SuS … Schülerinnen und Schüler L … Lehrerin bzw. Lehrer

EA … Einzelarbeit PA … Partnerinnen- bzw. Partnerarbeit FEU … fragendentwickelnder Unterricht

Die Zeitangaben dienen nur zur groben Orientierung!

Je nach zur Verfügung stehender Zeit wird man noch eine Knobelaufgabe aus der Knobelaufgaben-Sammlung einschieben.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Phase / Zeit** | **L / SuS** | **Medien** |
| **1. Erarbeitung**  FEU 15 Min. | L stellt eine Schätzfrage und damit das Thema vor:  *6 Personen stehen zur Auswahl.*  *Wie viele Paare sind möglich?*  SuS schätzen, die Schätzungen werden festgehalten, die Gewinnerin bzw. der Gewinner bekommt nach der Auflösung einen kleinen Preis.  L entwickelt mit den SuS die beiden Musterbeispiele, vgl. Infoblatt, Notation in geeigneter Kürze.  SuS schreiben dabei selbstständig die dargestellten 2er-Reihen und Paare systematisch (!) auf.  (Im Zuge einer didaktischen Reduktion werden folgende Hilfsbegriffe verwendet:  **2er-Reihen** für 2-Tupel oder geordnete Paare,  **Paare** für 2er-Mengen oder ungeordnete Paare.)  L weist auf die Strategie hin:  *An überschaubaren Verhältnissen Verallgemeinerbares lernen*  L motiviert die SuS: „Das ist eigentlich Stoff der Oberstufe“. | Tafel, Heft |
| **2. Übung**  EA / PA 15 Min. | L lobt, aber beobachtet und berät zurückhaltend.  Lösungen:  1.) 6 · 5 = 30 2er-Reihen und 30 : 2 = 15 Paare  2.) (8 · 7) : 2 = 28 Spiele  3.) (100 · 99) : 2 = 4950 Klänge  4.) Es gibt (10 ∙ 9) : 2 = 45 Verbindungsstrecken zwischen 2 Punkten. 10 Strecken davon sind Seiten des 10-Ecks und keine Diagonalen. Also sind es 45 – 10 = 35 Diagonalen.  Oder: von jedem der 10 Punkte gehen 7 Diagonalen aus, dabei kommt jede Diagonale doppelt vor. (10 ∙ 7) : 2 = 35. | Arbeitsblatt |
| **3. Besprechung**  FEU 10 Min. | Auswertung der Antworten zur Schätzfrage (= Aufgabe 1.)); in aller Regel wird diese Anzahl unterschätzt.  Besprechung der anderen Aufgaben, insbesondere der unterschiedlichen Lösungswege bei der Aufgabe 4.). |  |