**Infoblatt**

**Voraussetzung und Ziel:**

Voraussetzung ist, dass lineare Gleichungen und Textaufgaben hierzu im Regelunterricht behandelt wurden.

Absicht ist, das Wissen der Schülerinnen und Schüler über Textaufgaben zu linearen Gleichungen – auf Textaufgaben zu anderen Gleichungen übertragbar – zu strukturieren und die Vorgehensweise zu üben.

**Struktur:**

Am Beispiel des Themas Textaufgaben zu linearen Gleichungen wird zunächst exemplarisch erarbeitet (bzw. wiederholt), wie man bei der **Strukturierung eines mathematischen Sachverhaltes** vorgehen kann – **vier Schritte**, s.u. Ein Transfer in außermathematische Gebiete ist nicht ausgeschlossen.

**1. Worum es geht:**

Mithilfe von Informationen aus einem Text soll eine Größe bestimmt werden. Erfahrungsgemäß liegt die Schwierigkeit darin, die gegebenen Informationen in eine Gleichung zu transformieren.

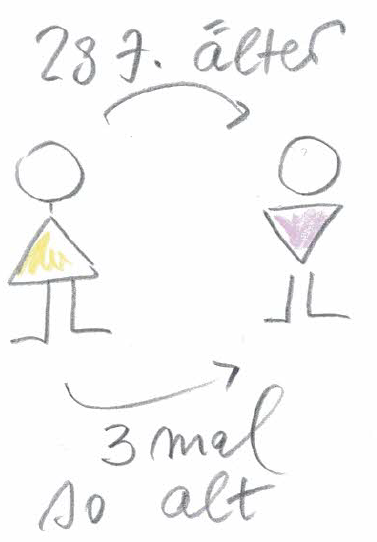
Je länger und verwickelter der Text, desto schwieriger die Transformation.

**2. Begriffe:**

Variable einführen, Gleichung aufstellen, Äquivalenzumformung, Lösung, Probe am Text (!)

**3. Zusammenhänge / Grundaufgaben:**

Ein Musterbeispiel:



*Dirk ist dreimal so alt wie seine Tochter Elena, er ist 28 Jahre älter als sie. Wie alt ist Elena?*

* **Aneignung der Aufgabe**: Aufgabe durchlesen und wichtige Informationen farbig markieren, ggf. eine kleine Zeichnung mit zwei Personen und dem Eintrag dieser Informationen „dreimal so alt“ und „28 Jahre älter“ z.B. mithilfe von Pfeilen anfertigen
* **Weitere Aneignung der Aufgabe** – was in Schulbüchern und im Mathematikunterricht häufig zu kurz kommt:   
  Für die gesuchte Größe einfach einmal einen Wert annehmen und die Auswirkung beobachten.   
  - Wenn Elena 10 Jahre alt wäre, dann wäre Dirk 30 Jahre alt und damit 20 Jahre älter.   
  🡪 Das ist zu wenig.  
  - Wenn Elena 20 Jahre alt wäre, dann wäre Dirk 60 Jahre alt und damit 40 Jahre älter.   
  🡪 Das ist zu viel.  
  Ggf. führt das systematische Weiterprobieren hier direkt zum Ziel, ganz ohne Gleichungskalkül!
* **Variable einführen**: Alter von Elena in Jahren: x
* **Schlussfolgerungen für andere beteiligten Größen ziehen**: Alter von Dirk in Jahren: 3·x
* **Gleichung aufstellen**: 3·x – x = 28 oder 3∙x = x + 28
* **Gleichung lösen**: 2∙x = 28; x = 14
* **Probe am Text durchführen**: Wenn Elena 14 Jahre alt wäre, dann wäre Dirk 42 Jahre alt, also 28 Jahre älter. 🡪 Das stimmt.
* **Antwortsatz aufschreiben**, der die gestellte Frage beantwortet ☺: Elena ist 14 Jahre alt.  
  (Nicht: Dirk ist 42 Jahre alt.)

**4. Schwierigkeiten:**

- beim Verstehen der Textaufgabe  
- bei der Transformation in eine Gleichung

**Didaktischer Kommentar**

Hat man das Umformen von linearen Termen und das Lösen von linearen Gleichungen einigermaßen „verdaut“, erscheint mit dem Lösen von Textaufgaben eine neue, ganz andere Hürde.

Das sinnerfassende Lesen und die Formalisierung und Übertragung der Information in mathematische Zeichensprache gilt als besonders anspruchsvoll und schulungsbedürftig.

Ein Beispiel:

*In einer Klasse sind drei Mädchen mehr als Jungen. Drücke das durch eine Gleichung aus.*

Einige Lösungsansätze:

* Mädchen + 3 = Jungen
* Anzahl der Mädchen + 3 = Anzahl der Jungen
* Beispiel: 15 Mädchen und 12 Jungen, als Gleichung: 15 Mädchen – 3 = 12 Jungen
* Anzahl der Mädchen – 3 = Anzahl der Jungen

Einige Erkenntnisse:

* Es geht nicht um die Individuen, sondern um Anzahlen. Diesen Begriff „Anzahl“ muss die Lehrkraft einführen, pflegen und dessen Verwendung einfordern.
* Die richtige Lösung ist kontraintuitiv.
* Zahlenbeispiele helfen bei der Lösungsfindung.

Bei der **Aneignung der Aufgabe** kann es helfen, für die gesuchte Größe einfach einmal einen Wert annehmen und die Auswirkung beobachten.

Im einfachen (Regel-)Fall wird man **für die gesuchte Größe eine Variable** **einführen** und die anderen beteiligten unbekannten Größen in Abhängigkeit von dieser Variablen ausdrücken. Ansonsten wäre man schon bei linearen Gleichungssystemen.

Bei der **Festlegung der verwendeten Variablen** muss die Größe und die verwendete Einheit genannt werden und nicht nur die Größe oder gar nur die Einheit.

Also: „Länge der Strecke in Meter: x“ (ggf. kürzer: „Länge [m]: x“) und nicht „Länge der Strecke: x“ oder gar „die Meter: x“.

Hier könnte man eine kleine mündliche Übung einschieben. Die Lehrkraft sagt die Größe, die Schülerinnen und Schüler eine mögliche Einheit und umgekehrt:

* Länge – Meter; Flächeninhalt – Ar
* Volumen – Liter;
* Zeit – Stunde
* Gewicht (Masse) – Kilogramm;
* Preis – Euro pro Kilogramm
* Geschwindigkeit – Kilometer pro Stunde; usw.

Die Schülerinnen und Schüler können auch selbst Aufgaben stellen.

Wichtig ist, dass die **Probe am Text** und nicht an der aufgestellten Gleichung durchgeführt wird. Diese könnte nicht mit dem Aufgabentext harmonieren.



Der **Clou beim Lösen** von mathematischen Problemen mithilfe **von Gleichungen** lautet so, das sollte man den Schülerinnen und Schülern auch so verdeutlichen:   
Wenn wir eine Größe nicht kennen, ist das für uns in der Mathematik kein Beinbruch. Wir nennen sie einfach x und rechnen „fröhlich“ damit weiter.

1.) Finde die Zahl, deren Doppeltes um 21 vermehrt 57 ergibt.

2.) Subtrahiert man von 35 die Hälfte der gesuchten Zahl, so erhält man ihr Doppeltes.

3.) Welche Zahl ist um 18 kleiner als ihr Vierfaches?

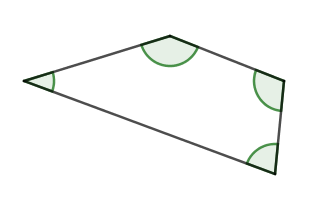
4.) Lars bekommt 26 € geschenkt und besitzt damit jetzt dreimal so viel Geld wie vorher. Wie viel Geld hatte Lars vorher?

5.) Arne ist doppelt so alt, wie seine Schwester Lena in zwei Jahren sein wird. Zusammen sind sie jetzt 19 Jahre alt. Wie alt ist Lena?

6.) Petra ist dreimal so alt wie ihre Tochter Mareike. In elf Jahren wird sie nur noch doppelt so alt sein. Wie alt sind die beiden jetzt?

7.) Susanne wird in zwei Jahren viermal so alt sein, wie ihre Tochter Luise heute ist. Heute sind sie zusammen 43 Jahre alt. Wie alt ist Luise?

8.) In einem Dreieck sind zwei Winkel gleich groß und der dritte doppelt so groß wie die anderen beiden zusammen. Wie groß sind die beiden gleich großen Winkel?



9.) In einem Viereck ist der zweite Winkel doppelt so groß wie der erste, der dritte dreimal und der vierte viermal so groß wie der erste. Wie groß ist der erste Winkel?

*Zur Kontrolle: Die Lösungszahlen der Aufgaben finden sich in der Zahlenreihe:*

*3 5 6 9 10 11 13 14 18 33 36 45 48 50 60*

**Verlaufsplan**

SuS … Schülerinnen und Schüler L … Lehrerin bzw. Lehrer

EA … Einzelarbeit PA … Partnerinnen- bzw. Partnerarbeit FEU … fragendentwickelnder Unterricht

Die Zeitangaben dienen nur zur groben Orientierung!

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Phase / Zeit** | **L / SuS** | **Medien** |
|  |  |  |
| **1. Erarbei­tung**  FEU 15 Min. | L stellt das Thema vor: *Wie man das Thema Textaufgaben zu linearen Gleichungen in vier Schritten erfassen kann.*  L entwickelt und notiert mit den SuS das Musterbeispiel (vgl. Infoblatt: Struktur 3.) in geeigneter Zusammenfassung und holt sich dabei so viel wie möglich Informationen von den SuS.  L legt hierbei besonderen Wert auf das mehrfache „Durch­spielen“ der Aufgabe mit angenommen Werten, ggf. bis hin zur Lösung.  Die Aufgabe wird also möglicherweise doppelt gelöst.  Eventuell Einschub: Kleine Übung mit Größen und zugehörigen Einheiten (vgl. didaktischer Kommentar)  L und SuS lösen gemeinsam die Aufgaben 3.) und 7.) des Arbeitsblattes, ggf. auch zuerst durch Probieren.  Zu Aufgabe 3.):  der intuitive Ansatz x – 14 = 4·x ist falsch!  L-Impulsfragen: „Was ist hier größer, x oder 4·x?“  „Was muss man für eine Gleichheit noch hinzufügen?“  Zu Aufgabe 7.):  Auf jeden Fall mindestens einmal mit einem angenommen­en Alter von Luise „durchspielen“, vgl. z.B. Zahlen am Rand.  Alle beteiligten Größen genau aufschreiben.  Alter von Luise heute [J.]: x 10  Alter von Susanne in 2 Jahren [J.]: 4·x 40  Alter von Susanne heute [J.]: 4·x – 2 38 | Tafel / Heft |
| **2. Übung**  EA / PA 30 Min. | SuS lösen (ggf. zuerst auch durch Probieren!) die Aufgaben 1.), 2.), 4.), 5.) und 6.) des Arbeits­blattes.  Zur Differenzierung: Aufgaben 8.) und 9.).  Hier müssen zusätzliche Kenntnisse über die Winkelsumme im Dreieck bzw. im Viereck eingebracht werden.  L lobt, beobachtet und berät zurückhaltend.  Lösungen:  1.) 18 2.) 14 3.) 6 4.) 13 €  5.) Lena ist 5 Jahre  6.) Mareike ist 11 Jahre, Petra ist 33 Jahre alt  7.) Luise ist 9 Jahre alt  8.) 45° (die Winkelsumme im Dreieck ist 180°)  9.) 36° (die Winkelsumme im Viereck ist 360°) | Arbeits­blatt / Heft |