**Infoblatt**

**Sachanalyse:**

Problemlösen kann gelernt werden: Zahlreiche heuristische Strategien können beim Lösen eines Problems hilfreich sein. Häufig benutzte Strategien sind:

vgl. AB „Übersicht über einige wichtige Problemlösestrategien“

* *Vorwärtsarbeiten*
* *Rückwärtsarbeiten*
* *Zerlegen in Teilprobleme*
* *Systematisches Probieren*
* *Anfertigen einer Zeichnung bzw. einer informativen Figur*.

Oft werden auch mehrere Problemlösestrategien angewendet (z.B. *Rückwärtsarbeiten* und *Anfertigen einer informativen Figur*).

Verwendete Strategien und Aufschriebe beim Arbeitsblatt (AB) „Problemlösen“:

|  |  |
| --- | --- |
| Aufgabe 1: | a) *Vorwärtsarbeiten*   b) *Vorwärtsarbeiten* und *Rückwärtsarbeiten* |
| Aufgabe 2: | *Systematisches Probieren*   |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | 1.Faktor | 2.Faktor | Summe |  | | 2 | 48 | 50 |  | | 3 | 32 | 35 | Wird kleiner | | 4 | 24 | 28 |  | | 6 | 16 | 22 |  | | 8 | 12 | **20** | Kleinste Summe | | 12 | 8 | **20** |  | | 16 | 6 | 22 | Wird wieder größer |   Aufschrieb:  Faktoren systematisch vergrößert |
| Aufgabe 3: | *Rückwärtsarbeiten* und *Darstellung in informativer Figur*  Verkauf an 2. Nachbar  Verkauf an  3. Nachbar  Verkauf an  1. Nachbar |
| Aufgabe 4: | *Zerlegen in Teilprobleme* |

**Ziele:**

- Bewusstmachen von wichtigen Problemlösestrategien und Reflexion über deren Einsatz

- Gezieltes Anwenden von Strategien beim Problemlösen

- Selbstvertrauen schaffen und Kompetenz erleben

**Material:**

- Arbeitsblatt Problemlösen 1 und Arbeitsblatt Problemlösen 2

- Arbeitsblatt Problemlösen 1 auf Folie bzw. Visualizer

- Arbeitsblatt Übersicht über wichtige Problemlösestrategien

- evtl. Mauerstein für den Einstieg in 90-Minuten-Stunden

**Didaktischer Kommentar**Viele Schülerinnen und Schüler (SuS) schrecken vor auf den ersten Blick schwierig aussehenden Aufgaben zurück. Anstatt sich in derartige Aufgaben hineinzudenken (und sie eventuell auch lösen zu können), setzen sie sich überhaupt nicht damit auseinander. Sie gehen automatisch von einem Misserfolgserlebnis aus. Dabei gibt es Strategien, die das Problemlösen leichter machen. Einige davon stehen im Zentrum dieser Stunde.

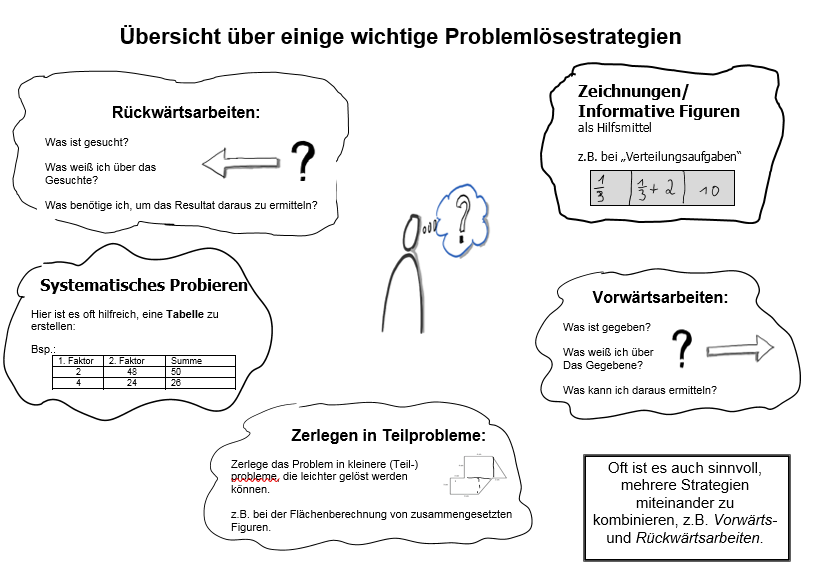
Die Stunde beginnt mit einer Umfrage, wie die SuS schwierige Aufgaben angehen. Dadurch soll ihnen bewusst gemacht werden, dass sie durchaus bereits über Problemlösestrategien verfügen. Gleichzeitig werden sie durch die Beiträge der anderen SuS an weitere, ihnen nicht mehr bewusste Strategien erinnert.

Im Gegensatz zu vielen anderen Stunden folgt hierauf keine Erarbeitung im Plenum, sondern eine Phase in Einzel-, Partnerinnen- bzw. Partnerarbeit oder Gruppenarbeit (Gruppengröße maximal 3; in größeren Gruppen könnten sich einzelne SuS gedanklich zurückziehen). Dadurch haben die SuS die Chance, ein Problem selbst zu lösen, und damit ein Erfolgserlebnis. Die Zahlenmauern in Aufgabe 1 machen den SuS in der Regel viel Spaß und sollten von allen gelöst werden können. Die Aufgaben 2 bis 4 werden für einige SuS schwierig sein. Hier benötigt es gezielte Tipps der Lehrkraft und ein Gespür dafür, wann die Arbeit sinnvollerweise im Plenum fortgesetzt werden sollte.

Bei der Besprechung im Plenum dürfen zunächst SuS ihre Lösungen vorstellen, wodurch sie eine weitere positive Rückmeldung erhalten. Im Idealfall gibt es bei einigen Aufgaben sogar mehrere Lösungswege, die verglichen werden können. Aufgabe 2 werden einige SuS durch Ausprobieren lösen. In der Regel probieren die SuS aber nicht systematisch, weshalb die „Versuche“ in einer Tabelle an der Tafel übersichtlich dargestellt werden sollen (siehe Infoblatt). Ebenso soll die Lösung zu Aufgabe 3 durch eine informative Figur an der Tafel visualisiert werden.

Die besprochenen Strategien sollen die SuS nun bei der Bearbeitung des Blattes „Problemlösen 2“ anwenden. Durch die Eintragungen in der hinteren Spalte wird den SuS bewusst, welche Strategie sie zum Lösen der Aufgabe benutzt haben. Zudem wird ihnen verdeutlicht, dass nicht immer von Anfang an die „zielführende“ Strategie gefunden werden muss. Ein großes Anliegen der Stunde ist es, den SuS Erfolgserlebnisse beim Lösen schwieriger Aufgaben zu ermöglichen. Insofern sollte die Lehrkraft die SuS gegebenenfalls behutsam unterstützen, jedoch nicht mehr helfen, als unbedingt erforderlich ist. Es ist hier auch denkbar, die SuS, die sich sehr schwertun, zu einem kleinen Plenum zu sammeln und dort die Aufgaben gemeinsam zu lösen, während andere SuS ihre Einzel- oder Partnerinnen- bzw. Partnerarbeit fortführen.

Den Abschluss der Stunde bildet eine zweite Reflexionsphase. Oft neigen SuS dazu, Strategien bei Rätseln und Knobelaufgaben nicht unbedingt auf den Mathematikunterricht zu übertragen. Daher soll die Frage „Fallen euch Aufgaben aus dem Unterricht ein, bei denen eine heute kennengelernte Strategie hilfreich wäre?“ eine (hoffentlich nachhaltige) Verbindung zwischen der heutigen Mkid-Stunde und dem Mathematikunterricht schaffen.



1. Fülle die Multiplikations-Zahlenmauer aus:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| |  |  |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | |  |  |  |  | |  |  |  | |  |  |  | |  | |  |  | |  |  | |  | |  | |  | | 4 | | 3 | | 2 | | 5 | | | |  |  |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | |  |  |  | 2250 | |  |  |  | |  |  |  | | 150 | |  |  | |  |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | | |

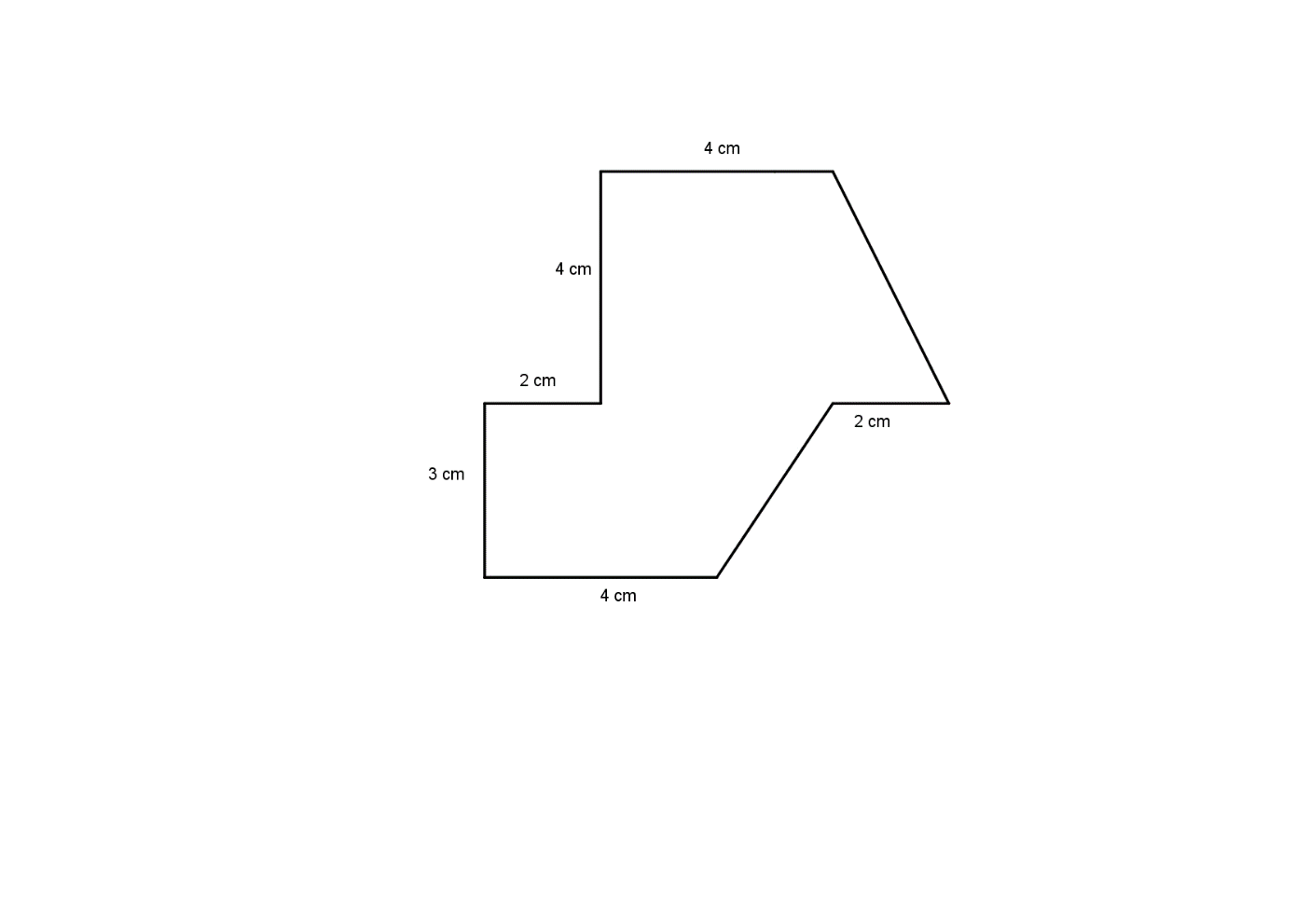
2. Zerlege die Zahl 96 in zwei Faktoren, so dass die Summe der beiden Faktoren möglichst groß wird.

3. Aus einem alten Rechenbuch:

*Eine Bäuerin verkauft an ihren Nachbarn die Hälfte ihrer Eier und noch eines. Vom Rest verkauft sie wieder die Hälfte und noch ein Ei an einen zweiten Nachbarn. Ebenso verkauft sie an einen dritten wiederum vom Rest die Hälfte und noch ein Ei. Für sich selbst hat sie danach noch ein Ei übrig.*

*Wie viele Eier hatte die Bäuerin ursprünglich?*

4. Berechne den Flächeninhalt der Figur:



5. Beim Lösen dieser Aufgaben habt ihr verschiedene Strategien verwendet. In der Mathematik verwendet man dafür die Bezeichnungen „*Vorwärtsarbeiten*“, „*Rückwärtsarbeiten*“, „*Systematisches Probieren*“, „*Zerlegung in Teilprobleme*“, „*Zeichnung,* *bzw.* *informative Figur*“.

Überlege, welche Strategie du bei den einzelnen Aufgaben verwendet hast. (Vielleicht waren es bei manchen Aufgaben auch mehrere!)

Bearbeite die Aufgaben. Trage in die Tabelle ein, welche Problemlösestrategien du angewendet hast. Unterstreiche die Strategien, die zum Lösen der Aufgabe hilfreich waren, mit grüner Farbe.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | Strategie |
| 1. | Ein Bauer hat in einem Stall Hühner und Hasen. Insgesamt sind es 16 Tiere. Diese haben zusammen 54 Beine. Wie viele Hühner und wie viele Hasen besitzt der Bauer? |  |
| 2. | Bei der Wahl der Schülersprecherin bzw. des Schülersprechers bekamen Lilli 30%, Tim 25% und Noah 15% der Stimmen. Die restlichen Stimmen gingen an Anne und an Julian. Dabei bekam Julian doppelt so viele Stimmen wie Anne.  Wie viel Prozent der Stimmen gingen an Anne, wie viel an Julian? |  |
| 3. | Drei Freunde haben Kirschen gepflückt. Da sie müde sind, wollen sie sie erst am nächsten Morgen gerecht verteilen. In der Nacht bekommt einer der Freunde Hunger und isst seinen Anteil der Kirschen auf. Kurz danach wacht der zweite Freund hungrig auf. Da er nicht weiß, dass bereits ein Teil der Kirschen aufgegessen worden ist, isst er ein Drittel von den Kirschen, die noch da sind. Das Gleiche geschieht auch mit dem dritten Freund.  Am nächsten Morgen sind noch 32 Kirschen da. Wie viele Kirschen hatten die Freunde gepflückt? |  |
| 4. | Wie viele Dreiecke siehst du in der Figur? |  |
| 5. | An einem Vogelhäuschen fressen Meisen, Spatzen und Rotkehlchen. Es sind mehr Spatzen als Meisen und mehr Meisen als Rotkehlchen da.  Wenn man die Anzahlen der Vögel multipliziert, ergibt sich als Produkt eine ungerade Zahl zwischen 40 und 50.  Wie viele Vögel sind von den einzelnen Arten am Vogelhäuschen? – Nenne alle Möglichkeiten. |  |

Verwendete Strategien und Lösungen beim Arbeitsblatt 3:

|  |  |
| --- | --- |
| Aufgabe 1: | *Systematisches Probieren:* 5 Hühner und 11 Kaninchen |
| Aufgabe 2: | *Informative Figur:*  Anne bekommt 10 %, Julian 20 % der Stimmen. |
| Aufgabe 3: | *Rückwärtsarbeiten:* |
| Aufgabe 4: | *Zerlegen in Teilprobleme:*  18 kleine Dreiecke, 8 mittlere Dreiecke, 2 große Dreiecke 🡪 ingesamt 28 Dreiecke |
| Aufgabe 5: | *Systematisches Ausprobieren:*   |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | Zahl | Spatzen | Meisen | Rotkehlchen | | 41 Primzahl |  |  |  | | 43 Primzahl |  |  |  | | **45** | **9** | **5** | **1** | | 47 Primzahl |  |  |  | | 49 = 7∙7, dann gäbe es aber gleich viele Spatzen wie Meisen. |  |  |  | |

**Verlaufsplan**

SuS … Schülerinnen und Schüler L … Lehrerin bzw. Lehrer   
EA … Einzelarbeit PA … Partnerinnen- bzw. Partnerarbeit GA … Gruppenarbeit (max. **3** SuS pro Gruppe!)   
FEU … fragendentwickelnder Unterricht. Die Zeitangaben dienen nur zur groben Orientierung!

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Phase / Zeit** | **L / SuS** | **Medien** |
| **1. Einstieg**  FEU 5 Min. | Ihr kennt das alle: Manchmal sind Aufgaben schwer und ihr wisst nicht sofort, wie ihr sie lösen sollt. Wie geht ihr solche Aufgaben an?  SuS schildern ihre Erfahrungen. Info: Es gibt Tricks, wie man schwere Aufgaben angehen kann. Diese wollen wir heute kennenlernen und anwenden. |  |
| **2. Erarbeitung 1** EA/PA/GA 10 Min. | SuS bearbeiten allein, zu zweit oder in Dreiergruppen das Arbeitsblatt 2 (so weit, wie sie kommen). | Arbeitsblatt 2 |
| **3. Ergebnis 1**  FEU 12 Min. | Besprechung von Arbeitsblatt 2:  SuS stellen ihre Lösungen vor.  Gab es auch andere Lösungswege?  Gemeinsamer Tafelaufschrieb zu Aufgabe 2 und 3 (evtl. auch zu Aufgabe 4, siehe Infoblatt) | Visualizer  Oder: Projektion einer Folie |
| **4. Reflexion 1**  FEU 8 Min. | Bearbeitung von Aufgabe 5: Welche Strategien habt ihr angewendet? Was bedeutet „*Vorwärtsarbeiten* beim Problemlösen?“ Was bedeutet „*Rückwärtsarbeiten* beim Problemlösen?“ Arbeitsblatt 1 „Übersicht über wichtige Problemlösestrategien“ austeilen und die Strategien kurz besprechen:  Bei welchem Problem ist welche Strategie sinnvoll? | Arbeitsblatt 1 „Übersicht über wichtige Problemlöse-strategien“ |
| **5. Anwendung**  EA/PA/GA 20 Min. | SuS bearbeiten Arbeitsblatt 3 (allein, zu zweit oder in Dreiergruppen) Lehrkraft gibt SuS ggfs. Tipps (nennt z.B. eine zielführende Strategie) bzw. löst Aufgabe gemeinsam mit SuS, die allein keine Aufgabe lösen können. | Arbeitsblatt 3 |
| **6. Reflexion 2**  FEU 5 Min. | Welche Strategie habt ihr jeweils angewendet? Welche Strategie war hilfreich, welche nicht?  Fällt euch eine Aufgabe aus dem Unterricht ein, bei der eine bestimmte Strategie hilfreich wäre? |  |

Möglicher Einstieg für 90-Minuten-Stunden:  
Die Lehrkraft zeigt einen Mauerstein (oder ein Bild davon): Notiert möglichst viele Verwendungszwecke für einen derartigen Mauerstein.  
Bei der Besprechung wird herausgearbeitet, dass es für den Mauerstein viele Verwendungszwecke gibt, an die im ersten Moment nicht gedacht wird. Ähnlich ist es auch beim Lösen von Problemen: Oft gibt es Lösungen, an die zunächst nicht gedacht wird. Nichtsdestotrotz gibt es verschiedene Strategien beim Problemlösen, die erlernt werden können.