

Infoblatt

Schülerinnen und Schüler der Unterstufe lassen sich erfahrungsgemäß von Aufgaben mit „schönen“ Ergebnissen begeistern.

Man denkt hier zuerst wohl an schriftliche Rechnungen mit den vier Grundrechenarten, wie z.B.:

a) Musteraufgabe Addition:	b) Musteraufgabe Subtraktion:	c) Musteraufgabe Multiplikation:	d) Musteraufgabe Division:
$\begin{array}{r} 374619 \\ +736492 \\ \hline 1111111 \end{array}$	$\begin{array}{r} 374619 \\ -152397 \\ \hline 222222 \end{array}$	$\begin{array}{r} 328 \cdot 271 \\ \hline 656 \\ 2296 \\ 328 \\ \hline 88888 \end{array}$	$86415 : 7 = 12345$

Wie kommt man zu solchen Aufgaben?

Binnendifferenzierung: Bei der folgenden Erarbeitung kann die Lehrkraft je nach Leistungsvermögen der Lerngruppe mehr oder weniger vorgeben bzw. lenken.

Zu a): Das Ergebnis soll 1111111 heißen. Wie lauten die beiden Summanden?

→ Wähle einen Summanden beliebig sechstellig, z.B. 374619, berechne dann den zweiten Summanden zu $1111111 - 374619 = 736492$.

Zu b): Das Ergebnis soll 222222 heißen. Wie lauten Minuend und Subtrahend?

→ Wähle den Minuenden größer als 222222, z.B. 374619, berechne dann den Subtrahenden zu $374619 - 222222 = 152397$.

(Alternative: → Wähle den Subtrahenden sechstellig, z.B. 152397, berechne dann den Minuenden zu $222222 + 152397 = 374619$.)

Zu c): Das Ergebnis soll 88888 heißen. Wie lauten die beiden Faktoren?

Man könnte nun auf die Idee kommen, einen der beiden Faktoren beliebig zu wählen, z.B. 345.

Der zweite Faktor würde sich dann durch Division $88888 : 345 = 257,64637...$ ergeben. Man möchte aber zwei natürliche Zahlen als Faktoren.

→ Betrachte die Primfaktorenzerlegung von 88888, es ist $88888 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 41 \cdot 271$.

Fasse die Primfaktoren zu zwei Faktoren zusammen, z.B. $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 41 = 328$ und $1 \cdot 271 = 271$.

Wie kommt man zu einer Primfaktorenzerlegung von z.B. 88888?

- GeoGebra liefert diese mit dem Befehl *Primfaktoren(88888)*.
- Im Internet gibt es diverse Angebote, z.B.: <https://rechneronline.de/primfaktoren/>

Zu d): Das Ergebnis soll 12345 heißen. Wie lauten Divisor und Dividend?

→ Wähle einen Divisor, z.B. 7 (wegen der Handhabbarkeit empfiehlt sich ein Divisor kleiner als 20), und berechne den Dividenten zu $12345 \cdot 7 = 86415$.

Ziele:

- schriftliches Rechnen mit den vier Grundrechenarten
- dabei die Fachbegriffe für die Grundrechenarten (Addition, Subtraktion, Multiplikation, Division), Rechenoperationen (addieren, subtrahieren, multiplizieren, dividieren) und Rechenoperanden (Summand, Faktor, Minuend, Subtrahend, Dividend, Divisor) verwenden
- die Nützlichkeit der Primfaktorenzerlegung einer Zahl kennenlernen, das Assoziativgesetz der Multiplikation anwenden
- **Strategie:** Analyse einer Situation durch das Lösen der *Umkehraufgabe* („Die Sache vom Ende her denken.“)

1a) $\begin{array}{r} 195837 \\ +137496 \\ \hline \end{array}$ <p style="text-align: center;">.....</p>	1b) $\begin{array}{r} 918325 \\ -473881 \\ \hline \end{array}$ <p style="text-align: center;">.....</p>	1c) $\begin{array}{r} 643 \cdot 192 \\ \hline \end{array}$ <p style="text-align: center;">.....</p> <p style="text-align: center;">.....</p> <p style="text-align: center;">.....</p> <p style="text-align: center;">.....</p>
1d) $304616 : 13 = \dots\dots\dots$		1e) $397523 : 7 = \dots\dots\dots$

2a) Erfinde eine Additionsaufgabe mit dem schönen Ergebnis 1234567. Die beiden Summanden sollen sechsstellig sein, die Ziffer 0 soll nicht vorkommen. Mache die Probe. $\begin{array}{r} \dots\dots\dots \\ + \dots\dots\dots \\ \hline 1234567 \end{array}$	2b) Erfinde eine Subtraktionsaufgabe mit dem schönen Ergebnis 654321. Minuend und Subtrahend sollen sechsstellig sein, die Ziffer 0 soll nicht vorkommen. Mache die Probe. $\begin{array}{r} \dots\dots\dots \\ - \dots\dots\dots \\ \hline 654321 \end{array}$	2c) Erfinde eine Multiplikationsaufgabe mit dem schönen Ergebnis $11111 = 3 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 37$. Die beiden Faktoren sollen dreistellig sein. Mache die Probe. $\begin{array}{r} \dots\dots\dots \cdot \dots\dots\dots \\ \hline \dots\dots\dots \\ \hline \dots\dots\dots \\ \hline 111111 \end{array}$
2d) Schreibe die Divisionsaufgabe mit dem schönen Ergebnis 12321 und dem Divisor 17 auf. Mache die Probe. $\dots\dots\dots : 17 = 12321$	2e) Schreibe die Divisionsaufgabe mit dem schönen Ergebnis 69696 und dem Divisor 6 auf. Mache die Probe. $\dots\dots\dots : 6 = 69696$	

3.) Schreibe unten – wie im Beispiel – zuerst dein Geburtsdatum auf und dann ohne Punkte als Zahl.
 Hole dir die Primfaktorenzerlegung dieser Zahl aus dem Internet:
<https://rechneronline.de/primfaktoren/> oder bei deiner Lehrerin bzw. deinem Lehrer.
 Erstelle jetzt eine Multiplikationsaufgabe, die dein Geburtsdatum als Ergebnis hat. Mache die Probe.
Beispiel: 16.03.08; ohne Punkte als Zahl: 160308 = $2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 61 \cdot 73$; $160308 = (2 \cdot 3 \cdot 61) \cdot (2 \cdot 3 \cdot 73) = 366 \cdot 438$

Dein Geburtsdatum: als Zahl:

Primfaktorenzerlegung: Multiplikationsaufgabe:

1a) $\begin{array}{r} 195837 \\ +137496 \\ \hline 333333 \end{array}$	1b) $\begin{array}{r} 918325 \\ -473881 \\ \hline 444444 \end{array}$	1c) $\begin{array}{r} 643 \cdot 192 \\ \hline 643 \\ 5787 \\ 1286 \\ \hline 123456 \end{array}$
1d) $304616 : 13 = 23432$	1e) $397523 : 7 = 56789$	

2a) Erfinde eine Additionsaufgabe mit dem schönen Ergebnis 1234567. Die beiden Summanden sollen sechstellig sein, die Ziffer 0 soll nicht vorkommen. Mache die Probe. $\begin{array}{r} 543249 \\ +691318 \\ \hline 1234567 \end{array}$	2b) Erfinde eine Subtraktionsaufgabe mit dem schönen Ergebnis 654321. Minuend und Subtrahend sollen sechstellig sein, die Ziffer 0 soll nicht vorkommen. Mache die Probe. $\begin{array}{r} 912312 \\ -257991 \\ \hline 654321 \end{array}$	2c) Erfinde eine Multiplikationsaufgabe mit dem schönen Ergebnis 111111 = 3·7·11·13·37. Die beiden Faktoren sollen dreistellig sein. Mache die Probe. $\begin{array}{r} 231 \cdot 481 \\ \hline 924 \\ 1848 \\ 231 \\ \hline 111111 \end{array}$
2d) Schreibe die Divisionsaufgabe mit dem schönen Ergebnis 12321 und dem Divisor 17 auf. Mache die Probe. $209457 : 17 = 12321$	2e) Schreibe die Divisionsaufgabe mit dem schönen Ergebnis 69696 und dem Divisor 6 auf. Mache die Probe. $418176 : 6 = 69696$	

3.) Schreibe unten wie im Beispiel zuerst dein Geburtsdatum auf und dann ohne Punkte als Zahl.
Hole dir die Primfaktorenzerlegung dieser Zahl aus dem Internet:
<https://rechneronline.de/primfaktoren/> oder bei deiner Lehrerin bzw. deinem Lehrer.
 Erstelle jetzt eine Multiplikationsaufgabe, die dein Geburtsdatum als Ergebnis hat. Mach die Probe.
Beispiel: 16.03.08; ohne Punkte als Zahl: 160308 = 2·2·3·3·61·73; 160308 = (2·3·61)·(2·3·73) = 366·438

Dein Geburtsdatum: 16.10.13

als Zahl: 161013

Primfaktorenzerlegung: 3 · 191 · 281

Multiplikationsaufgabe: 573 · 281

Verlaufsplan

SuS ... Schülerinnen und Schüler L ... Lehrerin bzw. Lehrer

EA ... Einzelarbeit PA ... Partnerinnen- bzw. Partnerarbeit FEU ... fragendentwickelnder Unterricht

Die Zeitangaben dienen nur zur groben Orientierung!

Je nach zur Verfügung stehender Zeit bzw. Unterrichtsverlauf wird man evtl. die Aufgabe 3.) weglassen.

Phase / Zeit	L / SuS	Medien				
1. Einstieg FEU 15 Min.	<p>L und SuS (Binnendifferenzierung beim Grad der Lenkung im FEU) lösen die vier Musteraufgaben und erfreuen sich an den „schönen“ Ergebnissen</p> <table><tr><td>a) Musteraufgabe Addition: <div>374619 +736492 ----- 1111111</div></td><td>b) Musteraufgabe Subtraktion: <div>374619 -152397 ----- 222222</div></td></tr><tr><td>c) Musteraufgabe Multiplikation: <div>328 · 271 ----- 656 2296 ----- 328 ----- 88888</div></td><td>d) Musteraufgabe Division: <div>86415 : 7 = 12345</div><p>(Man kann auf eine Staffeln-Notation verzichten und die Reste jeweils an der entsprechenden Stelle über den Dividenden schreiben: 8¹6²4³1³5)</p></td></tr></table>	a) Musteraufgabe Addition: <div>374619 +736492 ----- 1111111</div>	b) Musteraufgabe Subtraktion: <div>374619 -152397 ----- 222222</div>	c) Musteraufgabe Multiplikation: <div>328 · 271 ----- 656 2296 ----- 328 ----- 88888</div>	d) Musteraufgabe Division: <div>86415 : 7 = 12345</div> <p>(Man kann auf eine Staffeln-Notation verzichten und die Reste jeweils an der entsprechenden Stelle über den Dividenden schreiben: 8¹6²4³1³5)</p>	Tafel
a) Musteraufgabe Addition: <div>374619 +736492 ----- 1111111</div>	b) Musteraufgabe Subtraktion: <div>374619 -152397 ----- 222222</div>					
c) Musteraufgabe Multiplikation: <div>328 · 271 ----- 656 2296 ----- 328 ----- 88888</div>	d) Musteraufgabe Division: <div>86415 : 7 = 12345</div> <p>(Man kann auf eine Staffeln-Notation verzichten und die Reste jeweils an der entsprechenden Stelle über den Dividenden schreiben: 8¹6²4³1³5)</p>					
2. Erarbeitung FEU 15 Min.	<p>L erarbeitet mit den SuS Verfahren, wie man ausgehend von einem schönen Ergebnis zu solchen Aufgaben kommt (vgl. Infoblatt). L erläutert die Strategie: Analyse einer Situation durch Lösen der <i>Umkehraufgabe</i>. L notiert Stichworte zu den vier Verfahren an der Tafel Diese sollen für die SuS bei der Bearbeitung des Arbeitsblattes sichtbar sein. SuS mit Smartphone holen sich die Primfaktorenzerlegung von 88888 aus dem Internet, z.B.: https://rechneronline.de/primfaktoren/</p>	Tafel				
3. Übung EA / PA 30 Min.	<p>SuS bearbeiten die Aufgaben des Arbeitsblattes und verwenden bei Zwischenrechnungen (Aufgaben 2.) bis 7.)) Konzeptpapier Bei den Divisionen kann auf die Staffelnnotation verzichtet werden. L lobt und beobachtet, aber berät zurückhaltend. SuS kontrollieren gegenseitig ihre Ergebnisse.</p> <p>Zur Aufgabe 3.): SuS holen sich die Primfaktorenzerlegung ihrer Geburtstags“zahl“ aus dem Internet bzw. L gibt ggf. SuS die Primfaktorenzerlegung ihrer Geburtstags“zahl“. Achtung: Nicht alle möglichen Geburtstags“zahlen“ haben eine für dieses Vorhaben ergiebige Primfaktorenzerlegung. Ersatzweise kann man mit anderen individuell bedeutenden Datumsangaben oder Zahlen arbeiten.</p>	Arbeitsblatt, Konzeptpapier				