

Infoblatt**Sachanalyse:**

Brüche bezeichnen einen Teil eines Ganzen: Um beispielsweise $\frac{6}{8}$ eines Ganzen zu markieren, wird das Ganze in 8 gleich große Teile unterteilt, davon werden 3 Teile markiert. Der Nenner gibt also die Zahl der Teile an, in die das Ganze unterteilt wird, und der Zähler die Zahl der Teile, die markiert werden.

Verschiedene Brüche können denselben Anteil eines Ganzen beschreiben. Geometrisch können beispielsweise beim Bruch $\frac{6}{8}$ jeweils 2 Teile zu einem größeren zusammengefasst werden. Das Ganze ist dann in 4 Teile unterteilt, wovon 3 markiert sind. Die beiden Brüche $\frac{6}{8}$ und $\frac{3}{4}$ beschreiben also denselben Anteil. Rechnerisch entspricht dies dem Kürzen bzw. Erweitern: Zähler und Nenner des Bruchs werden durch dieselbe Zahl dividiert bzw. mit derselben Zahl multipliziert.

Wenn zwei Brüche auf einen gemeinsamen Nenner erweitert werden sollen, ist der neue Nenner ein gemeinsames Vielfaches der Nenner. Der kleinste gemeinsame Nenner wird als Hauptnenner bezeichnet. Geometrisch gesehen muss das Ganze in ein gemeinsames Vielfaches der beiden Nenner unterteilt werden können.

Soll umgekehrt geometrisch von einem Bruchteil auf das Ganze geschlossen werden, so muss beispielsweise beim Bruch $\frac{6}{8}$ die markierte Fläche in 6 gleich große Teile unterteilt werden. 8 dieser Teile bilden das Ganze.

Ziele:

- Intuitives Verständnis des Bruchbegriffs schulen durch Begreifen (im wahrsten Sinn des Wortes!) von Bruchteilen eines Ganzen.
- Erfahren, was Kürzen und Erweitern von Brüchen sowie ein gemeinsamer Nenner zweier Brüche geometrisch bedeuten.
- Umkehrung: von einem Bruchteil auf das Ganze schließen.
- Überlegungen und Begründungen formulieren.
- Kompetenzerleben

Material:

- Geobretter und Gummiringe
- Arbeitsblatt: Brüche auf dem Geobrett
- Arbeitsblatt: Eigene Geobrett-Figuren erfinden

Didaktischer Kommentar

Die Stunde sollte nach der Einführung der Brüche gehalten werden. Das Kürzen bzw. Erweitern von Brüchen muss noch nicht bekannt sein – es wird in dieser Stunde motiviert. Es ist aber auch kein Problem, wenn die Schülerinnen und Schüler (SuS) bereits Brüche kürzen bzw. erweitern können. Die Stunde stellt dann eine Vertiefung dar.

Der Anteilsaspekt von Brüchen (vgl. Sachanalyse) wird auch im regulären Mathematikunterricht veranschaulicht. Da hier aber oft nicht viel Zeit dafür zur Verfügung steht, bilden viele SuS kein vertieftes Verständnis zum Bruchbegriff aus. Des Weiteren werden das Erweitern und Kürzen oft nur als automatisierte „Rechenoperationen“ mit dem Bruch aufgefasst.

Hier setzt diese Stunde an. Durch Veranschaulichungen auf dem Geobrett sollen die SuS kognitiv und haptisch begreifen, was unter einem Bruch verstanden werden kann und wie das Erweitern und Kürzen geometrisch interpretiert werden können. Tims Behauptung stellt die Verknüpfung zum algebraischen Kürzen her: Zähler und Nenner werden durch dieselbe Zahl dividiert.

Im Unterrichtsgespräch zum Einstieg sollten folgende Aspekte thematisiert werden:

- Es gibt meist mehrere Möglichkeiten, einen Anteil eines Bruches zu markieren.
- Ein Bruchteil, wie z.B. $\frac{3}{8}$, ist keine absolute Größe, sondern eine relative Größe. Folglich kommt es nicht auf Größe und Form des Ganzen an. Ein Bruchteil kann somit auf Geobrettern verschiedener Größen veranschaulicht werden.

Die Stunde soll auch zur Schulung der Kompetenz „Begründen“ genutzt werden. Somit ist darauf zu achten, dass die SuS bei Aufgabe 1.) und 2.) ihre Überlegungen schriftlich formulieren und ihre Antworten begründen.

Die Umkehraufgabe (Aufgabe 3.) wird einigen SuS schwerfallen. Sie sollte daher gemeinsam bearbeitet werden, um für mehr SuS Kompetenzerleben zu ermöglichen.

Aufgabe 4.) bereitet das Erweitern zweier Brüche auf einen gemeinsamen Nenner vor. Einige SuS werden vermutlich schnell erkennen, dass zwei Brüche auf demselben Geobrett dargestellt werden können, wenn die Felderzahl dieses Geobretts ein gemeinsames Vielfache der beiden Nenner ist. Andere SuS werden erst durch Ausprobieren auf das gemeinsame Vielfache der beiden Nenner kommen. Innerhalb der Aufgabe steigt der Schwierigkeitsgrad folgendermaßen:

- In a) ist der Nenner 16 ein Vielfaches des Nenners 2.
- In b) sind die beiden Nenner teilerfremd, der gemeinsame Nenner entspricht somit dem Produkt der beiden Nenner.
- In c) sind die beiden Nenner nicht teilerfremd, das Produkt der beiden Nenner ist ein möglicher gemeinsamer Nenner, der kleinste gemeinsame Nenner entspricht aber dem kgV (= kleinsten gemeinsamen Vielfachen) der beiden Nenner.

SuS, die Aufgabe 4.) schnell lösen konnten, können nun eigene Nagelbrett-Figuren erfinden. Dabei sind der Fantasie keine Grenzen gesetzt. Nach der Besprechung von Aufgabe 4.) dürfen die SuS ihre Nagelbrett-Figuren präsentieren. Es ist auch denkbar, die originellste Nagelbrettfigur zu prämiieren.

Brüche auf dem Geobrett

Aufgaben:

1.) Umspannt mit einem Gummiring das gesamte 5x5-Geobrett. Stellt mit einem kleineren Gummi folgende Bruchteile innerhalb des Rechtecks auf mindestens zwei verschiedene Arten dar:

	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{2}{8}$	$\frac{4}{8}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{4}{16}$
✓									



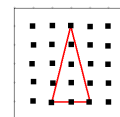
2.) Stellt nun mit einem Gummiring auf dem "Geobrett" ein 3x3-Geobrett dar.
Welche der Bruchteile aus Aufgabe 1.) können auch mit dem 3x3-Geobrett dargestellt werden?
Welche nicht begründet?

	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{2}{8}$	$\frac{4}{8}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{4}{16}$
✓									

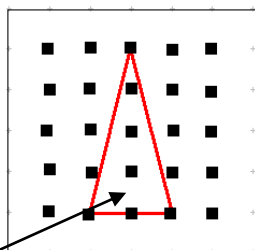
Begründung:

Tim behauptet: "Das dauert doch viel zu lange. Ich kann auch ohne Geobrett entscheiden, welche der Bruchteile aus Aufgabe 2.) mit dem 3x3-Geobrett dargestellt werden können." Wie macht Tim das wohl?

3.) Nun stellt der Gummiring einen Teil eines Ganzen dar. Spanne das Ganze auf, wenn die mit dem Gummi umspannte Fläche den genannten Bruchteil darstellt. **Zeichne ein.** Gibt es immer nur eine Lösung?

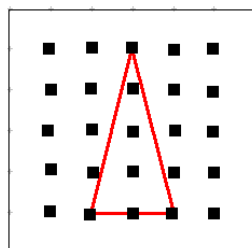


den Bruchteil $\frac{1}{2}$

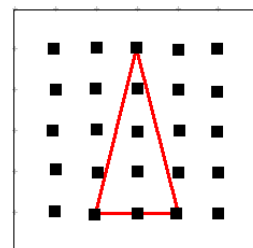


Dies ist ein ein Halbes. Spanne mit einem zweiten Gummiring das Ganze!

den Bruchteil $\frac{1}{3}$



den Bruchteil $\frac{2}{3}$



4.) Wie viele Felder muss ein Geobrett haben, damit sich folgende Brüche gemeinsam im gleichen Brett darstellen lassen? Begründe und kontrolliere auf dem Geobrett. Suche dabei jeweils das kleinstmögliche Geobrett heraus.

a) $\frac{1}{2}$ und $\frac{3}{16}$

b) $\frac{1}{2}$ und $\frac{2}{3}$

c) $\frac{3}{4}$ und $\frac{5}{6}$

Auch hier schafft Tim es, ohne Geobrett eine Lösung zu finden. Was überlegt er sich wohl?

Kreativaufgabe:

- Erfinde auf einem 5x5-Geobrett für deinen Nachbarn bzw. deine Nachbarin eine eigene einfache oder mittelschwere oder schwere Figur. (Vielleicht kannst du einen Buchstaben darstellen oder ein Tier.)
Dein Nachbar bzw. deine Nachbarin zeichnet diese Figur in das Arbeitsblatt ein und bestimmt den zugehörigen Bruch. (Du selbst hast dir natürlich auch die Lösung deiner Aufgabe überlegt!)
- Ist der von dir gespannte Bruchteil größer als $\frac{1}{2}$?
Kannst du dies mit zwei verschiedenen Methoden feststellen?

Verlaufsplan

SuS ... Schülerinnen und Schüler L ... Lehrerin bzw. Lehrer EA ... Einzelarbeit
 PA ... Partnerinnen- bzw. Partnerarbeit GA ... Gruppenarbeit (maximal 4 SuS pro Gruppe!)

FEU ... fragendentwickelnder Unterricht

Die Zeitangaben dienen nur zur groben Orientierung!

Phase / Zeit	L / SuS	Medien
1. Einstieg FEU 5 Min.	L spannt auf einem 5x5-Geobrett verschiedene Figuren mit einem Gummiring, SuS nennen jeweils den Anteil der gespannten Figur an der Gesamtfläche und begründen ihre Antwort. L spannt mit einem großen Gummiring ein 3x5-Geobrett auf. Was hat sich geändert? Verschiedene Figuren aufspannen und den Anteil nennen lassen.	Geobrett Gummiringe
2. Erarbeitung 1 FEU 5 Min. PA 15 Min.	Austeilen der Geobretter für die PA Gemeinsam den Bruchteil $\frac{3}{4}$ auf verschiedene Arten darstellen (zunächst auf 5x5-Geobrett, dann auf Geobrett anderer Größe). SuS bearbeiten Aufgabe 1.) und 2.) auf dem Arbeitsblatt „Brüche auf dem Geobrett“.	Geobrett Gummiringe AB „Brüche auf dem Geobrett“
3. Ergebnis 1 FEU 5 Min.	Besprechung von Aufgabe 1.) und 2.) Impulse für das L-SuS-Gespräch: <i>Warum kann der Bruchteil $\frac{4}{8}$ auch auf dem 3x3-Geobrett dargestellt werden, aber nicht $\frac{5}{8}$?</i> (4 von 8 ist der gleiche Anteil wie 2 von 4; 5 von 8 wäre 2,5 von 4). <i>Welche Brüche aus Aufgabe 1.) stellen alle denselben Anteil dar? Kann ich dies ohne Geobrett an den Brüchen erkennen?</i>	Tafel
4. Erarbeitung 2 FEU 7 Min. PA 15 Min.	Gemeinsame Bearbeitung von Aufgabe 3.) (Es gibt immer mehrere Lösungsmöglichkeiten) SuS bearbeiten Aufgabe 4.) in PA, je nach Leistungsfähigkeit der Lerngruppe liefert die Lehrkraft vorab ein Beispiel. Puffer für schnelle Paare: Kreativaufgabe	Kopie „Nagelbretter“
5. Ergebnis 2 FEU 8 Min.	Besprechung von Aufgabe 4.) Impulse für das L-SuS-Gespräch: <i>Was ist bei a) leichter als bei b) und c)?</i> <i>Wie findet man die kleinstmögliche Größe des Geobretts?</i> Vorstellung einiger während der Kreativaufgabe entworfenen Figuren.	