

Infoblatt
Didaktischer Kommentar:

Die Geläufigkeit des Zahlenrechnens bei den Schülerinnen und Schülern (SuS) ist im Laufe der letzten Jahre etwas ins Hintertreffen geraten mit der Folge, dass kompliziertere mathematische Sachverhalte – aufgrund des fehlenden numerischen Überblicks – nicht oder nicht in wünschenswerter Tiefe erfasst werden können.

Die vorliegende Stunde „Rückwärtsrechnen“ verbindet das Kopfrechnen mit der Strategie der Analyse einer Situation mithilfe der Umkehraufgabe – hier des Rückwärtsrechnens („Die Sache vom Ende her denken.“):

- Rechnungen unter Verwendung der Umkehroperation überprüfen
- einfache Aufgaben mit Unbekannten durch Ausprobieren oder Rückwärtsrechnen lösen

An das Zusammenfassen von Termen ist dabei nicht gedacht.

Nach einer Einführung im fragendentwickelnden Unterricht folgt eine Übungsphase mit einem vorstrukturierten Arbeitsblatt, um die Konzentration auf das Zahlenrechnen und die korrekte Organisation des Rückwärtsrechnens zu ermöglichen.

Besonderer Wert wird auf die **Durchführung der Probe** gelegt. Auch hier eröffnet sich eine weitere grundsätzliche Absicht (Non scholae, sed vitae discimus¹):

Ein Ergebnis zu **erzeugen** ist eine Sache, sich von dessen Korrektheit zu **überzeugen** eine zweite.

Können die SuS mit einzelnen Zahlarten noch nicht rechnen, muss das Arbeitsblatt geeignet angepasst werden.

Binnendifferenzierung: Bei Bedarf kann die Lehrkraft spontan weitere Aufgaben in beliebigem Schwierigkeitsgrad erfinden² und die drei Operationen und das Ergebnis mitteilen. Die SuS benötigen dann eine Kopie des leeren Arbeitsblattes.

Möchte man etwa das Multiplizieren und Dividieren von Dezimalzahlen üben, würde sich z.B. die folgende Aufgabe anbieten:

(0,6)	→		→		→	2
Startzahl	· 0,5		: 0,6		· 4	

2	→		→		→	
Ergebnis						Startzahl

Möchte man es „richtig“ anspruchsvoll machen, würde sich z.B. die folgende Aufgabe anbieten:

$\left(\frac{3}{8}\right)$	→		→		→	$-\frac{2}{27}$
Startzahl	: 0,45		$-\frac{10}{9}$: 3,75	

$-\frac{2}{27}$	→		→		→	
Ergebnis						Startzahl

Ziele:

- Kopfrechnen (Zwischenergebnisse werden notiert) im Bereich der natürlichen Zahlen, der rationalen Zahlen in Bruch- und Dezimaldarstellung sowie der negativen Zahlen
- das Prinzip des Rückwärtsrechnens (Umkehroperation in umgekehrter Reihenfolge) richtig anwenden

¹ Nicht für die Schule, sondern für das Leben lernen wir.

² Startzahl ausdenken | erste Operation ausdenken und erstes Zwischenergebnis ausrechnen | zweite Operationen ausdenken und zweites Zwischenergebnis ausrechnen | dritte Operationen ausdenken und Endergebnis ausrechnen | die drei Operationen und das Ergebnis als Aufgabenstellung formulieren

Bestimme die Startzahl aus dem Ergebnis durch Rückwärtsrechnen (rechts). **Mache** die Probe (links).

Aufgabe 1:

	→		→		→	150
Startzahl	: 12		· 6		· 5	

150	→		→		→	
Ergebnis						Startzahl

Aufgabe 2:

	→		→		→	51
Startzahl	· 3		+ 6		· 2	

51	→		→		→	
Ergebnis						Startzahl

Aufgabe 3:

	→		→		→	3
Startzahl	: 0,5		+ 5		: 9	

3	→		→		→	
Ergebnis						Startzahl

Aufgabe 4:

	→		→		→	11,1
Startzahl	: 0,2		+ 5,5		: 5	

11,1	→		→		→	
Ergebnis						Startzahl

Aufgabe 5:

	→		→		→	15
Startzahl	: 3		: 9		· 10	

15	→		→		→	
Ergebnis						Startzahl

Aufgabe 6:

	→		→		→	6
Startzahl	- 15		: 5		· (-3)	

6	→		→		→	
Ergebnis						Startzahl

Aufgabe 7:

	→		→		→	$\frac{15}{2}$
Startzahl	· 4		$-\frac{1}{6}$		· 3	

$\frac{15}{2}$	→		→		→	
Ergebnis						Startzahl

Aufgabe 8:

	→		→		→	2
Startzahl	$\cdot \frac{6}{5}$		$:\frac{3}{10}$		$+\frac{2}{3}$	

2	→		→		→	
Ergebnis						Startzahl

Zur Überprüfung: Die Summe der acht Startzahlen muss 134 ergeben.

Bestimme die Startzahl aus dem Ergebnis durch Rückwärtsrechnen (rechts). **Mache** die Probe (links).

Aufgabe 1:

60	→	5	→	30	→	150
Startzahl	: 12		· 6		· 5	✓

150	→	30	→	5	→	60
Ergebnis	: 5		: 6		· 12	Startzahl

Aufgabe 2:

6,5	→	19,5	→	25,5	→	51
Startzahl	· 3		+ 6		· 2	✓

51	→	25,5	→	19,5	→	6,5
Ergebnis	: 2		- 6		: 3	Startzahl

Aufgabe 3:

11	→	22	→	27	→	3
Startzahl	: 0,5		+ 5		: 9	✓

3	→	27	→	22	→	11
Ergebnis	· 9		- 5		· 0,5	Startzahl

Aufgabe 4:

10	→	50	→	55,5	→	11,1
Startzahl	: 0,2		+ 5,5		: 5	✓

11,1	→	55,5	→	50	→	10
Ergebnis	· 5		- 5,5		· 0,2	Startzahl

Aufgabe 5:

40,5	→	13,5	→	1,5	→	15
Startzahl	: 3		: 9		· 10	✓

15	→	1,5	→	13,5	→	40,5
Ergebnis	: 10		· 9		· 3	Startzahl

Aufgabe 6:

5	→	-10	→	-2	→	6
Startzahl	- 15		: 5		· (-3)	✓

6	→	-2	→	-10	→	5
Ergebnis	: (-3)		· 5		+ 15	Startzahl

Aufgabe 7:

$\frac{2}{3}$	→	$\frac{8}{3}$	→	$\frac{15}{6}$	→	$\frac{15}{2}$
Startzahl	· 4		$-\frac{1}{6}$		· 3	✓

$\frac{15}{2}$	→	$\frac{15}{6}$	→	$\frac{8}{3}$	→	$\frac{2}{3}$
Ergebnis	: 3		$+\frac{1}{6}$: 4	Startzahl

Aufgabe 8:

$\frac{1}{3}$	→	$\frac{2}{5}$	→	$\frac{4}{3}$	→	2
Startzahl	· $\frac{6}{5}$: $\frac{3}{10}$		$+\frac{2}{3}$	✓

2	→	$\frac{4}{3}$	→	$\frac{2}{5}$	→	$\frac{1}{3}$
Ergebnis	$-\frac{2}{3}$		· $\frac{3}{10}$: $\frac{6}{5}$	Startzahl

Die Summe der acht Startzahlen muss 134 ergeben: $60 + 6,5 + 11 + 10 + 40,5 + 5 + \frac{2}{3} + \frac{1}{3} = 134$ ✓

Bestimme die Startzahl aus dem Ergebnis durch Rückwärtsrechnen (rechts). **Mache** die Probe (links).

Aufgabe :

	→		→		→	
Startzahl						

	→		→		→	
Ergebnis						Startzahl

Aufgabe :

	→		→		→	
Startzahl						

	→		→		→	
Ergebnis						Startzahl

Aufgabe :

	→		→		→	
Startzahl						

	→		→		→	
Ergebnis						Startzahl

Aufgabe :

	→		→		→	
Startzahl						

	→		→		→	
Ergebnis						Startzahl

Aufgabe :

	→		→		→	
Startzahl						

	→		→		→	
Ergebnis						Startzahl

Aufgabe :

	→		→		→	
Startzahl						

	→		→		→	
Ergebnis						Startzahl

Aufgabe :

	→		→		→	
Startzahl						

	→		→		→	
Ergebnis						Startzahl

Aufgabe :

	→		→		→	
Startzahl						

	→		→		→	
Ergebnis						Startzahl

Stundenverlauf

Einstieg:

Zum Einstieg führt die Lehrkraft einen Zaubertrick mit einer freiwilligen Schülerin bzw. einem freiwilligen Schüler durch:

Denke dir eine Zahl. Nimm sie mal 3. Addiere zum Ergebnis 6. Verdopple dieses Ergebnis. Welche Zahl hast du herausbekommen?

Antwort der Schülerin bzw. des Schülers, z.B.: 42.

Feststellung der Lehrkraft: *Du hast dir die Zahl 5 gedacht.*

Tipps zur Durchführung: Die gedachte Zahl sollte nicht zu groß (also zum Beispiel einstellig) sein, so dass sich Rechnungen leicht bewerkstelligen lassen. Wenn die Schülerin bzw. der Schüler sich verrechnet, verpufft der Effekt des Zaubertricks.

Deshalb ggf. die Rechnungen an die Tafel schreiben, zu zweit rechnen lassen, gedachte Zahl und Zwischenergebnisse notieren lassen. Erfahrungsgemäß ist es wichtig zu betonen, dass immer mit dem jeweiligen Ergebnis weitergerechnet werden soll.

Frage der Lehrkraft: *Wie habe ich das gemacht?*

Antwort der Schülerinnen und Schüler (SuS) sinngemäß (hoffentlich): *Durch Rückwärtsrechnen, also durch Anwenden der jeweiligen Umkehroperationen in der umgekehrten Reihenfolge.*

Erarbeitung und Tafelanschrieb:

In der angegebenen Reihung – auf die Rahmenlinien kann verzichtet werden³:

Schritt 1: Gegebene Operationen notieren und Ergebnis eintragen, Rückwärtsarbeiten vorbereiten.

	→	→	→	42		42	→	→	→	
Startzahl	· 3		+ 6		· 2			Ergebnis						Startzahl

Schritt 2 (rechte Seite): Umkehroperationen in umgekehrter Reihenfolge eintragen

	→	→	→	42		42	→	→	→	
Startzahl	· 3		+ 6		· 2			Ergebnis	:2		– 6		:3	Startzahl

Schritt 3 (rechte Seite): Zwischenergebnisse der Umkehroperationen und gesuchte Startzahl eintragen.

	→	→	→	42		42	→	21	→	15	→	5
Startzahl	· 3		+ 6		· 2			Ergebnis	:2		– 6		:3	Startzahl

Schritt 4 (linke Seite): zur Probe – die gefundene Startzahl und Zwischenergebnisse eintragen. Stimmt das Ergebnis? Wenn ja, „✓“ setzen, sonst nachrechnen.

5	→	15	→	21	→	42		42	→	21	→	15	→	5
Startzahl	· 3		+ 6		· 2	✓		Ergebnis	:2		– 6		:3	Startzahl

Übung:

Wie im gezeigten Beispiel wird vorab eine der Aufgaben des Arbeitsblattes gemeinsam bearbeitet, anschließend füllen die SuS in Einzel- oder Teamarbeit bei den Aufgaben des Arbeitsblattes die Leerstellen ebenso jeweils die drei Schritte 2, 3 und 4 aus. Schritt 1 ist auf dem Arbeitsblatt jeweils schon vorbereitet.

³ Um den Eintragungsprozess zu veranschaulichen, sind hier vier Tabellen gezeigt. An der Tafel steht natürlich nur eine Tabelle, nämlich – nach allen erfolgten Eintragungen – die letzte.