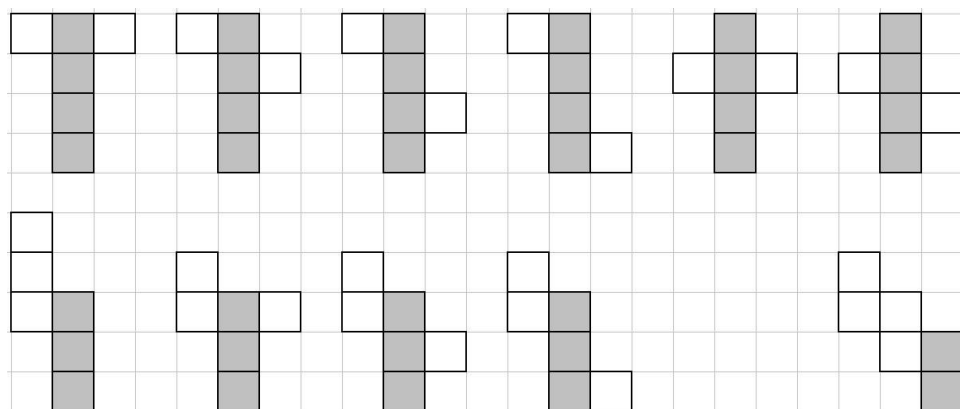


Sachanalyse

Hexominos („Quadratsechslinge“), die sich zu einem Würfel zusammenfügen lassen, nennt man Würfelnetze. **11 Würfelnetze** sind möglich (s.u.), die Anordnung vermittelt eine mögliche Systematik. Würfelnetze, die sich durch Spiegelung, Drehung oder Verschiebung aufeinander abbilden lassen, also kongruent sind, werden bei dieser Zählung als gleich angesehen.



Zwei Fragen stellen sich:

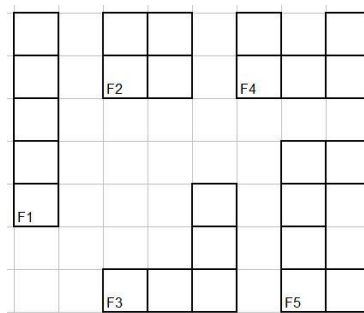
- **Handelt es sich bei den dargestellten Hexominos tatsächlich um Würfelnetze?**

→ Antwort: Das lässt sich durch Falten bzw. Zusammenfügen (in der Vorstellung oder mithilfe von ausgeschnittenem Papier oder Steckerle) überprüfen.

- **Wie kann man sicher sein, dass es alle sind?**

→ Antwort: Hier hilft eine Reihe von Feststellungen **F1** bis **F7**:

F1 bis F4: Hexominos, die fünf Quadrate in einer Reihe (**F1**) oder die vier Quadrate in Form eines großen Quadrates (**F2**) oder die fünf Quadrate in Form eines „Hakens“ (**F3**) oder fünf Quadrate in Form eines „U“ enthalten (**F4**) können sicher keine Würfelnetze sein.

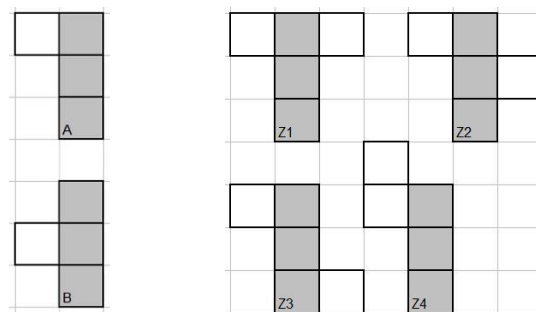


F5: Bei Hexominos, die vier Quadrate in einer Reihe enthalten (diese Reihe bildet dann einen „Gürtel“ um den Würfel), können die restlichen beiden Quadrate nicht auf derselben Seite liegen.

Die zugehörigen Netze mit „Viererstange“ kann man durch systematisches Probieren finden, vgl. die erste Zeile in der Abbildung oben.

F6: Das Suchfeld ist jetzt eingengt, es dürfen nur noch drei Quadrate in einer Reihe vorkommen. Ausgehend von dieser „Dreierstange“ kann man ein viertes Quadrat jetzt nur noch seitlich anbringen, und zwar nur auf die beiden Arten A und B.

Durch systematisches Probieren unter Beachtung von F2, F3 oder F4 erhält man die vier Zwischenstufen Z1 bis Z4 und aus diesen schließlich alle Würfelnetze mit einer „Dreierstange“; es sind ebenfalls vier (s.o.).



F7: Geht es auch ohne „Dreierstange“? Ja, aber nur auf eine Art, diese ergibt sich jetzt zwangsläufig unter Beachtung von F2.

Metaphorische Bezeichnungen wie „Viererstange“ usw. können zur Verständigung hilfreich sein.

Infoblatt

Didaktischer Kommentar

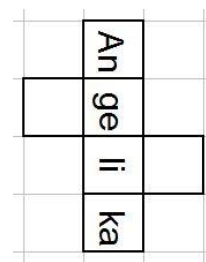
Außerhalb des Plenums arbeiten die Schüler und Schülerinnen (SuS) zu einer vorgegebenen Problemstellung in der Regel themengleich allein oder zu zweit. Im Gegensatz dazu ist das Projekt „Findet alle Würfelnetze. – Die Vector Stiftung vergibt einen Preis!“ als **Teamarbeit der gesamten Lerngruppe** angelegt. Das Gesamtprodukt, die Darstellung aller elf Würfelnetze, lässt sich im vorgegebenen Zeitrahmen wohl nur arbeitsteilig von der gesamten Lerngruppe erstellen. Dies könnte für die SuS eine wichtige grundlegende Erfahrung sein.

Die Suche nach Würfelnetzen ist in natürlicher Weise **selbstdifferenzierend**. Manche SuS finden mehr Würfelnetze oder Muster, die nicht in Würfelnetzen enthalten sein können, andere weniger. Bei der Identifizierung von Hexominos als Würfelnetze sind bereitgestellte Steckerle hilfreich. Alternativ kann diese Aufgabe gedanklich gelöst werden.

Für den Überblick der Lehrkraft über das Geschehen ist es hilfreich, die elf Würfelnetze auswendig zu kennen. Als Orientierungshilfe dienen dabei die systematisch angelegten Abbildungen auf dem Infoblatt. Hilfreich ist, den gesamten Suchprozess einmal selbst aktiv durchlaufen zu haben.

Der **Ablauf** gliedert sich wie folgt:

- Die SuS suchen „frei“ nach Würfelnetzen, schneiden diese aus und kennzeichnen die gefundenen Beispiele mit ihrem Namen. Dies offenbart den Beitrag Einzelner an der Gesamtleistung. Die Lehrkraft wird darauf achten, dass beim „Schlussbild“ die Namen aller beteiligten SuS einmal vorkommen. Beim Suchen identifizieren diese auch Muster, die in einem Würfelnetz nicht enthalten sein können („No-Go-Muster“). Auch dies soll durch Ausschneiden dokumentiert und z.B. mit einem „Blitz“ gekennzeichnet werden.
- In einem ersten Plenum werden kongruente Würfelnetze durch Aufeinanderlegen als „gleich“ erkannt. Die SuS machen Vorschläge für eine Einteilung der Würfelnetze in Gruppen. Die Einteilung nach dem Auftreten von „Viererstangen“, „Dreierstangen“ und „Zweierstangen“ ist nicht unbedingt zwingend. Hier darf die Lehrkraft ggf. ein bisschen lenken.
- In einer zweiten Erarbeitungsphase arbeiten die SuS in den drei Gruppen „Viererstange“, „Dreierstange“ und „Zweierstange“ zielgerichtet zur Aufgabe „Findet alle Würfelnetze mit Viererstange, probiere alle Möglichkeiten aus.“ usw.
- In einem abschließenden Plenum werden die Ergebnisse dokumentiert.



Ziele:

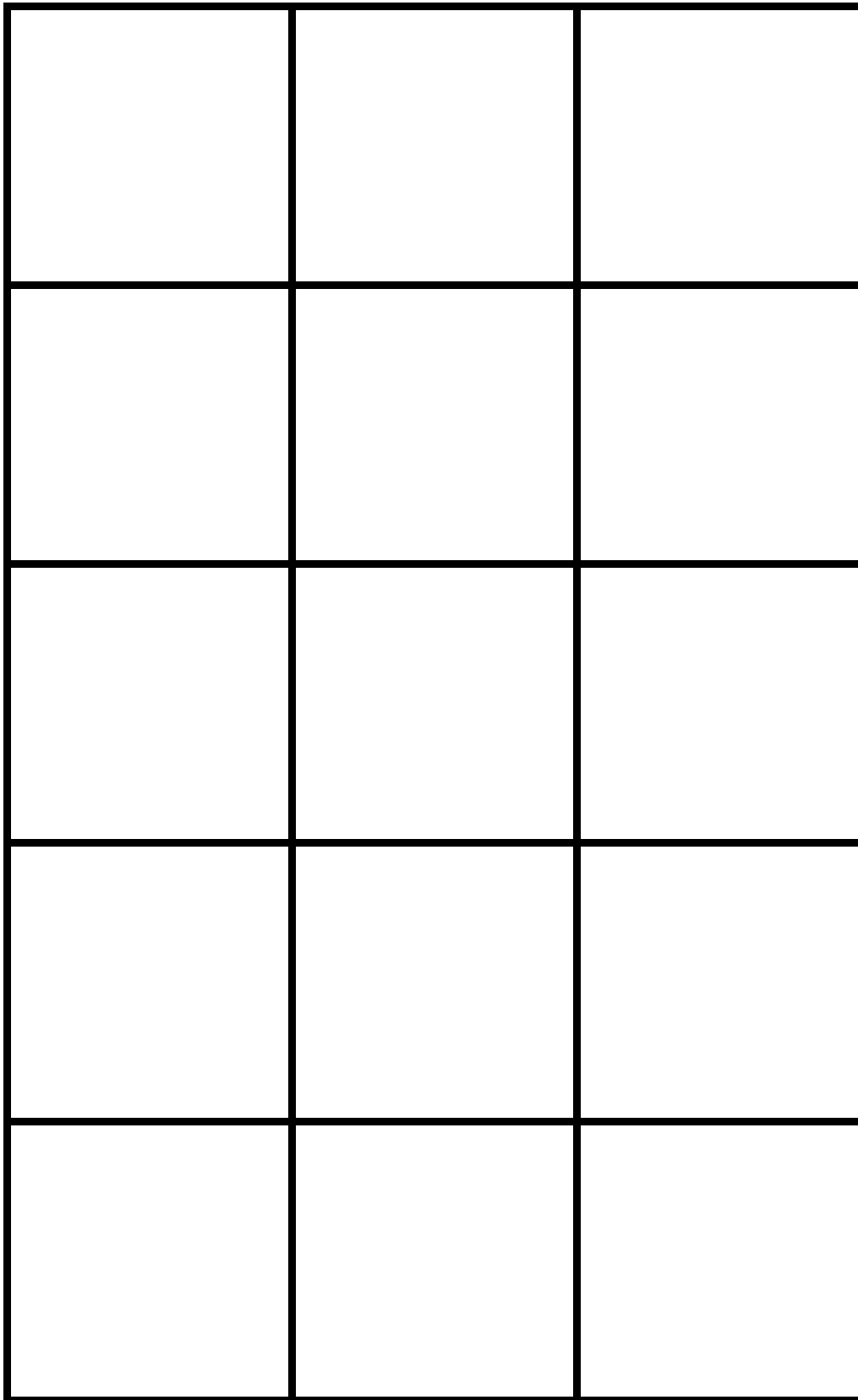
Die folgenden Problemlösestrategien kennenlernen bzw. erproben:

- *ein Problem in Teilprobleme aufspalten*
- *alle Fälle der Reihe nach abhandeln*
- *systematisches Probieren*
- *das räumliche Vorstellungsvermögen weiterentwickeln*
- *sich an mathematischer Betätigung erfreuen*

Material:

- Schnittbogen und Scheren in ausreichender Anzahl, evtl. Farbstifte
- Magnete zur Fixierung der ausgeschnittenen Netze an der Tafel
- **quadratische Steckerle** (vgl. Bilder) zum Ausprobieren





😊 Damit es schöner aussieht: Am Außenrand der schwarzen Linien ausschneiden!

Verlaufsplan

SuS ... Schülerinnen und Schüler L ... Lehrerin bzw. Lehrer

EA ... Einzelarbeit PA ... Partner- bzw. Partnerinnenarbeit FEU ... fragendentwickelnder Unterricht

Die Zeitangaben dienen nur zur groben Orientierung!

Je nach zur Verfügung stehender Zeit bzw. Unterrichtsverlauf wird die Lehrkraft stärker oder weniger stark lenken bzw. die 6. Phase weglassen.

Phase / Zeit	L / SuS	Medien
1. Einstieg FEU 10 Min.	L stellt das Projekt „Findet alle Würfelnetze“ vor, zeigt dabei - das wohl bekannteste Würfelnetz („Kreuz“) und - die „Fünferstange“ als Muster, das nicht in einem Würfelnetz enthalten sein kann („No-Go-Muster“). L stellt einen Preis, vergeben durch die Vector-Stiftung, in Aussicht.	Würfelnetz „Kreuz“ und „Fünferstange“ als Modell oder Tafelzeichnung
2. Erarbeitung I EA/PA 20 Min.	SuS - suchen zunächst unstrukturiert nach Würfelnetzen und „No-Go-Mustern“ - versehen diese mit ihrem Namen und - befestigen sie mit Magneten an der Tafel. L lobt und beobachtet, berät aber zurückhaltend.	- Steckerle - Schnittbogen - Scheren - Magnete
3. Plenum I FEU 15 Min.	L thematisiert die „Gleichheit“ von Würfelnetzen. SuS - identifizieren gleiche Würfelnetze und - begründen und kennzeichnen die „No-Go-Muster“. L initiiert ggf. eine Ergänzung. SuS machen Vorschläge zur Gruppenbildung. L lenkt dabei auf die Klassenbildung nach Länge der „Stangen“.	Ausgeschnittene Würfelnetze und „No-Go-Muster“ an der Tafel
4. Erarbeitung II EA/PA 15 Min.	SuS - suchen in den drei Gruppen („Viererstange“, „Dreierstange“ und „Zweierstange“) nach den noch fehlenden Würfelnetzen und - begründen durch systematische Betrachtung aller möglichen Fälle, dass es keine weiteren geben kann. L lobt und beobachtet, berät aber zurückhaltend.	- Steckerle - Schnittbogen - Scheren - Magnete
5. Plenum II FEU 15 Min.	SuS: Die Gruppen berichten den anderen von ihrer Tätigkeit. Die Gruppe „Dreierstange“ hat hierbei den komplexesten Part erwischt. Ggf. erst nach der Erarbeitung IV: SuS und L fotografieren die vollständige Sammlung an der Tafel und schicken das Bild an: mkid@vector-stiftung.de	Ausgeschnittene Würfelnetze und „No-Go-Muster“ an der Tafel
6. Erarbeitung III FEU 10 Min.	L und SuS betrachten im Detail alle Möglichkeiten zur „Dreierstange“ (vgl. Sachanalyse) und beziehen sich dabei auf die „No-Go-Muster“ F2 bis F4.	L zeichnet an der Tafel
6. Erarbeitung IV EA/PA 5 Min.	SuS färben bei den elf Würfelnetzen die im Würfel gegenüberliegenden Quadrate gleich.	Farbstifte