

Sachanalyse

ENRICO FERMI (1901-1954) ist ein italienischer Kernphysiker (1938 Nobelpreis), der in seinen Seminaren gerne Aufgaben stellte, bei denen man gut schätzen können musste.

Eine FERMI-Aufgabe scheint auf den ersten Blick unlösbar, weil beispielsweise Informationen fehlen oder riesige Mengen betrachtet werden. Sie wird lösbar durch Zerlegen in kleinere Probleme und durch Abschätzen fehlender Informationen.

Die Zerlegung in kleinere Probleme ist eine weit über FERMI-Aufgaben hinausgehende tragfähige Strategie, die das zentrale Ziel der Stunde darstellt.

Wie viele Fachkräfte leben in Chicago, die beruflich Klaviere stimmen?

Im Unterricht sollte man die Zahlen verwenden, die die Schülerinnen und Schüler (SuS) angeben. Die im Folgenden verwendeten Zahlen stammen aus Wikipedia (leicht angepasst).

Annahmen:

- In Chicago leben rund 3 Millionen Personen.
- Pro Haushalt nehmen wir durchschnittlich 2 Personen an.
- Ungefähr in jedem zwanzigsten Haushalt steht ein Klavier, das regelmäßig gestimmt wird.
- Klaviere sollten einmal pro Jahr gestimmt werden.
- Es dauert etwa zwei Stunden, ein Klavier zu stimmen, inklusive Fahrzeit.
- Eine Fachkraft, die beruflich Klaviere stimmt, hat einen 8-Stunden-Tag, eine 5-Tage-Woche und arbeitet 40 Wochen pro Jahr.

Daraus ergibt sich die Zahl der pro Jahr zu stimmenden Klaviere in Chicago:

$(3.000.000 \text{ Personen}) / (2 \text{ Personen pro Haushalt}) \times (1 \text{ Klavier} / 20 \text{ Haushalte}) \times (1\text{-mal Stimmen pro Klavier und Jahr}) = 75.000\text{-mal muss in Chicago pro Jahr ein Klavier gestimmt werden.}$

Eine Fachkraft kann folgende Arbeit bewältigen:

$(40 \text{ Wochen pro Jahr}) \times (5 \text{ Tage pro Woche}) \times (8 \text{ Stunden pro Tag}) / (2 \text{ Stunden pro Klavier}) = 800 \text{ Klaviere kann sie pro Jahr stimmen.}$

Demnach müssten etwa 100 solche Fachkräfte in Chicago arbeiten.

Wie viele Linsen sind in einem 500g Paket enthalten?

Es gibt verschiedene Ansätze:

1. Man macht ungefähr gleich große Haufen, zählt die Anzahl der Linsen in einem Haufen und multipliziert mit der Anzahl der Haufen.
 2. Man wiegt 10 g Linsen ab und zählt, wie viele das sind.
 3. Man nimmt das Paket als Quader an und zählt, wie viele Linsen eine Quader-Länge, eine Quader-Breite, eine Quader-Höhe ausmachen.
- (Mit dieser Modellannahme wird man die tatsächliche Anzahl der Linsen wohl unterschätzen, da die Linsen in der Packung ungeordnet und damit enger liegen.)

Didaktischer Kommentar

Diese Stunde steht am Anfang des Kurses. Man kann voraussetzen, dass die Zielgruppe mit einem schwachen Selbstbild in diesen Kurs kommt. Deshalb wäre es günstig, mit einem Unterrichtsgespräch zu beginnen.

Für ein deutliches Kompetenzerleben muss die zu bearbeitende Aufgabe als sehr schwierig beschrieben werden. Der Hinweis "FERMI war Nobelpreisträger" und die Begriffe "Studentinnen und Studenten", "besonders schwierige Aufgaben" sollen das verdeutlichen und müssen entsprechend betont werden. Gleichzeitig soll aber unbedingt auch die Machbarkeit herausgestrichen werden, wenn man nur die richtige Strategie hat.

Strategien zur Lösung schwieriger mathematischer Probleme sind das Ziel dieses Kurses. Es zeigt sich, auch Nobelpreisträger wie FERMI kochen nur mit Wasser und WIR können da durchaus mithalten.

Diese Überlegungen sollten am Anfang der Stunde stehen und einen Spannungsbogen über die ganze Stunde bilden. Nach der gemeinsamen Lösung des Klavier-Problems lassen wir die Schülerinnen und Schüler (SuS) bei den Linsen ein erstes Mal allein auf ein solches Problem los. Die Lehrkraft sollte hier Zuversicht vermitteln.

Auch bei der Lösung des Klavier-Problems sollten die SuS unbedingt einbezogen werden. Schätzungen und Annahmen sollten diskutiert und strategisch bewertet werden, indem man mit kleineren Zahlen arbeitet. Man könnte z.B. mit Google nach solchen Fachkräften im Stadtteil suchen und zur Einwohnerzahl in Beziehung stellen. Man kann die SuS, die ein Klavier zu Hause haben, fragen, wie oft das gestimmt wird und ob sie wissen, wie lange eine Fachkraft in der Regel daran arbeitet.

Bitte lieber die von den SuS vorgeschlagenen - ggf. etwas abweichenden – Werte verwenden, als diese zur Musterlösung hin korrigieren, die ja auch auf unbewiesenen Annahmen beruht.

Bei der Linsenaufgabe sollten die SuS selbst Lösungsstrategien entwickeln. Wenn keine Ideen kommen, dann kann man solche aus der Klavier-Aufgabe ableiten.

Wie sind wir dazu gekommen, wie viele Klaviere es in Chicago wohl gibt?

Die Strategie ist die Zerlegung in Teilprobleme, bzw. die Reduktion der Anzahlen.

Bei der Ergebnissicherung sollte man zeigen, dass die Größenordnung aller Ergebnisse übereinstimmt, es nicht sinnvoll ist, "auf die Linse genau" rechnen zu wollen.

Günstig wäre, wenn man schon während der Teamarbeit durch Impulse zu verstehen gibt, dass in einer 500g-Packung sehr sehr 😊 viele Linsen sind.

Alternativ kann man auch eine falsche Annahme thematisieren.

Aber Vorsicht: Keine Frustration erzeugen, sondern das Gute an der Annahme herausheben.

Fingerspitzengefühl!!!

Die SuS könnten das Klavier-Problem zu Hause vorrechnen.

Tafelanschrieb

<p>Wie viele Linsen enthält ein 500g Paket?</p> <p>Ideen:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Haufen machen - Zählen, wie viele Linsen zusammen 10 g wiegen <p>Ergebnis: In einem 500g-Paket Linsen sind ungefähr ... Linsen.</p>	<p><u>Fermi-Aufgaben</u></p> <p>Enrico Fermi, ein italienischer Nobelpreisträger, stellte besonders schwierige Aufgaben, z.B.:</p> <p>Wie viele Fachkräfte, die beruflich Klaviere stimmen, gibt es in Chicago?</p> <p>Lösung:</p> <p>Wie viele Personen wohnen in Chicago? 3 Mio.</p> <p>Wie viele Klaviere gibt es in Chicago? 75.000</p> <p>Wie oft muss ein Klavier gestimmt werden? 1-mal im Jahr</p>	<p>Wie lange braucht eine Fachkraft für ein Klavier? 2 h</p> <p>Wie viele Klaviere stimmt eine Fachkraft am Tag? 4</p> <p>Wie viele Tage arbeitet sie im Jahr? 200</p> <p>Ergebnis: In Chicago leben ... solche Fachkräfte.</p>
--	---	--

Verlaufsplan

SuS ... Schülerinnen und Schüler L ... Lehrerin bzw. Lehrer

EA ... Einzelarbeit PA ... Partnerinnen- bzw. Partnerarbeit FEU ... fragendentwickelnder Unterricht

Die Zeitangaben dienen nur zur groben Orientierung!

Für eine 45 Min.-Stunde wird man evtl. die Klavier-Aufgabe nur vorführen.

Für eine 90 Min.-Stunde kann man noch weitere Aufgaben anfügen.

Phase / Zeit	L / SuS	Medien
1. Einstieg FEU 5 Min.	L beschreibt FERMI-Aufgaben. Wer war ENRICO FERMI? Was ist eine FERMI-Aufgabe? Das historische Klavier-Problem, wie viele Fachkräfte in Chicago von Klavierstimmen leben.	Tafel evtl. Bild aus Wikipedia
2. Erarbeitung FEU 15 Min.	Lösung des Klavier-Problems im Unterrichtsgespräch und an der Tafel. Strategie: Schwierigkeit reduzieren. Fragen: Wie viele aus der Klasse haben zu Hause ein Klavier? Daraus Schätzung, wie viele Haushalte haben ein Klavier, wenn in Chicago 3 Mio. Personen wohnen. Wie lange braucht man, um ein Klavier zu stimmen? Wie viele Klaviere stimmt eine Fachkraft am Tag / im Jahr? Wie oft muss ein Klavier gestimmt werden?	Tafel: Sammlung der Fakten
3. Ergebnis EA 5 Min.	SuS rechnen aus den Fakten an der Tafel die Anzahl der Fachkräfte in Chicago aus.	Heft
4. Ergebnissicherung FEU 10 Min.	Vergleich der Ergebnisse und der gemachten Annahmen. Bewertung der Ergebnisse.	
5. Neues Problem FEU 5 Min.	Wie viele Linsen sind in einem 500 g Paket enthalten? Verteilung der Pakete. Bereitstellung von Waagen.	Tafel Linsen, Waage
6. Erarbeitung PA 15 Min.	SuS bestimmen die Anzahl. Mögliche Lösungen vgl. Sachanalyse.	Linsen, Waage, Heft
7. Ergebnissicherung FEU 10 Min.	Vergleich der Ergebnisse und der Methoden. Reflexion über die Vorgehensweise. Zerlegung in kleinere Probleme. Parallelen zum Klavier-Problem.	Tafel
8. optional weitere Aufgaben	Wie viele Gummibärchen passen ins Klassenzimmer? Wie viele Blätter hat ein Baum? Wie viele Grashalme wachsen auf einem Fußballfeld?	